

Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 27. Juli 2017

Jörn Loviscach

Versionsstand: 25. Juli 2017, 21:29



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

- Finden Sie alle reellen Zahlen x , die $\log_{10}(\sqrt{x^2 + 1}) = 3$ erfüllen.
- Finden Sie alle komplexen Zahlen z an, welche die Gleichung $z^3 + iz = 0$ erfüllen. Geben Sie für jede davon Real- und Imaginärteil an.
- Eine Seite eines Dreiecks hat die Länge 5. Diese Seite hat die Winkel 20° und 100° zu den anderen beiden Seiten. Bestimmen Sie die Längen der beiden anderen Seiten. Sind die durch diese Angaben eindeutig festgelegt?
- Zerlegen Sie $\frac{x}{x^2-9}$ in Partialbrüche.
- Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion $x \mapsto \frac{\sin(3x+1)}{\sqrt{x}}$.
- In einer Kiste mit 100 Bauteilen sind genau 5 defekte Bauteile enthalten. Man greift aus der Kiste zufällig drei Bauteile heraus, um sie in eine Schaltung einzubauen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei dieser Bauteile defekt sind? Rechnen Sie exakt.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Skizzieren Sie die Menge $\{(x|y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x^2\}$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
8. Geben Sie ein Polynom an, das alle drei folgenden Bedingungen erfüllt:
- Es hat Nullstellen bei $x = -1$ und $x = 2$, aber an keiner anderen Stelle $x \in \mathbb{R}$.
 - Für $x \rightarrow \infty$ und für $x \rightarrow -\infty$ geht sein Wert gegen $+\infty$.
 - An der Stelle $x = 0$ hat es den Wert 3.
9. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto \left| \cos(3x - \pi) - \frac{1}{2} \right|$ auf dem Intervall $x \in [-\pi; \pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
10. Existiert folgender Grenzwert? Wenn ja, geben Sie ihn an; wenn nein, schreiben sie das. (Keine Begründung nötig, aber deuten Sie möglichst Ihren Gedankengang an.)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 1} + \sin(n^6)}{3e^{5-n} + 4n^2}$$

11. Bestimmen Sie mittels Substitution:

$$\int_0^1 \sin(x) \sqrt{\cos(x)} dx$$

12. Die stetige Zufallsgröße X ist zwischen $x = 0$ und $x = 1$ gleichverteilt. Die diskrete Zufallsgröße Y ist von X unabhängig und hat mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ den Wert 3 und sonst den Wert 4. Was ist der Erwartungswert von $(X + Y)^2$?