

# Mathematik 1 für Regenerative Energien

## Klausur vom 27. Januar 2017

Jörn Loviscach

Versionsstand: 27. Januar 2017, 11:14



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

*Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.*

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

### Fingerübungen

- Finden Sie alle reellen Zahlen  $x$ , die  $\sqrt[4]{3^{x/7} + 5} = 2$  erfüllen.
- Geben Sie alle komplexen Zahlen  $z$  an, welche die Gleichung  $iz^5 = z^3$  erfüllen. Schreiben Sie jede davon als  $a + bi$  mit reellen Zahlen  $a$  und  $b$ .
- In der Lottotrommel sind aus Versehen nicht nur die 49 Kugeln von 1 bis 49, sondern die Kugel mit der Nummer 13 ist ein zweites Mal dabei. Es sind also insgesamt 50 Kugeln in der Trommel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei der Ziehung von sechs Zahlen (ohne Zurücklegen) alle beiden Kugeln mit der Zahl 13 dabeizuhaben?
- Skizzieren Sie das Verhalten dieser Funktion an ihren Nullstellen (Gibt es welche? Wo?) und an ihren Polstellen (Gibt es welche? Wo?) und geben Sie die Asymptote für  $x \rightarrow \pm\infty$  an:

$$x \mapsto \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 4}$$

- Eine Seite eines Dreiecks hat die Länge 3. Eine weitere Seite hat die Länge 7. Der Winkel zwischen diesen beiden Seiten beträgt  $20^\circ$ . Bestimmen Sie rechnerisch die Länge der dritten Seite. Ist diese Länge durch diese Angaben eindeutig festgelegt?

6. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion

$$x \mapsto \left( \frac{\sin(5x)}{x^2 + 1} \right)^3$$

### Kreative Anwendung

7. Lösen Sie die Ungleichung  $(x^2 + 1)^3 \leq 5$  für  $x \in \mathbb{R}$  rechnerisch.  
 8. Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  hat die folgende Rechenvorschrift:

$$x \mapsto \frac{x + i}{i - x}.$$

Skizzieren Sie die Bildmenge von  $f$  als Teil der komplexen Ebene. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.

9. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion  $x \mapsto \left( \cos(x) - \frac{1}{2} \right)^2$  auf dem Intervall  $x \in [-\pi; \pi]$ . Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.  
 10. Existiert folgender Grenzwert? Wenn ja, geben Sie ihn an; wenn nein, schreiben sie das. (Keine Begründung nötig, aber deuten Sie möglichst Ihren Gedankengang an.)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cos(1/n) + 13n + e^{-n}}{1 + 3n^2}$$

11. Berechnen Sie dieses Integral:

$$\int_4^5 x^2 \ln(x) dx$$

12. Zwei Münzen werden geworfen. Eine davon ist ideal, die andere fällt mit der Wahrscheinlichkeit von 30 % auf „Kopf“ und mit der Wahrscheinlichkeit 70 % auf „Zahl“. Die Zufallsgröße  $X$  soll sein, wie viele der beiden Münzen auf „Kopf“ fallen. Was ist der Erwartungswert von  $X^2$ , also dem Quadrat der Zufallsgröße  $X$ ?