

# Fingerübungen zu Vorlesungen 8 und 9

## Determinante, Spatprodukt, Cramer-Regel, Gaußsches Eliminationsverfahren

Jörn Loviscach

Versionsstand: 24. April 2009, 17:47

1. Schreiben Sie eine  $4 \times 4$ -Matrix aus ganzen Zahlen hin und berechnen Sie die Determinante auf drei Arten: durch Entwickeln nach der ersten Spalte, durch Entwickeln nach der zweiten Zeile und durch geschicktes Anwenden der Umformungsregeln (viele Einträge zu null machen).
2. Schreiben Sie drei Vektoren des  $\mathbb{R}^3$  hin. Bestimmen Sie deren Spatprodukt (= vorzeichenbehafteter Volumeninhalt des von den drei Vektoren aufgespannten Parallelepipeds). Schreiben Sie eine  $3 \times 3$ -Matrix hin. Zu welchem Paralleleiped macht diese Matrix das ursprüngliche Paralleleiped? Berechnen Sie dessen vorzeichenbehaftetes Volumen einmal über das Spatprodukt und einmal mit Hilfe der Determinante der Matrix und dem ursprünglichen Volumeninhalt.
3. Schreiben Sie ein unterbestimmtes, ein quadratisches sowie ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem auf. Lösen Sie diese mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren, das quadratische Gleichungssystem auch mit der Cramerschen Regel. Wie steht es mit der Existenz und Eindeutigkeit der Lösungen? Wo könnten „überraschend“ Nullen bei der Gaußschen Elimination stehen? Wie würden Sie damit umgehen?