

Mathematik für Informatiker

Mathematik 2

Jörn Loviscach, Hartmut Scholz
31. Mai 2005

Maximale Punktzahl: 20, Mindestpunktzahl: 8

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Auf \mathbb{R}^2 sei eine Funktion f durch $f(x, y) := x/e^y$ definiert. Skizzieren Sie auf $[-2, 2] \times [-2, 2]$ die Menge der (x, y) mit $f(x, y) = 1$ und die Menge der (x, y) mit $f(x, y) = 2$. 2 P.
2. Auf \mathbb{R}^2 sei eine Funktion f durch $f(x, y) := x^2 \sin(y)$ definiert. Kann man mit der Hesse-Matrix entscheiden, ob f relative Extrema besitzt? 2 P.
3. Integrieren Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) := \frac{x}{(x^2+y^2)^2}$ über die gesamte Ebene \mathbb{R}^2 mit Ausnahme der Einheitskreisscheibe um den Ursprung. 2 P.
4. Für $t \in \mathbb{R}$ sei eine Kurve definiert durch 2 P.

$$\vec{p}(t) := \begin{pmatrix} t + \cos(t) \\ \sqrt{2} \sin(t) \\ 1 + t - \cos(t) \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Länge des Kurvenstücks von $t = 0$ bis $t = \pi/2$.

5. Eine Funktion f sei für $x \in [0, 4\pi)$ definiert durch 2 P.

$$f(x) := \begin{cases} x, & \text{falls } 0 \leq x < 2\pi, \\ 2\pi, & \text{falls } 2\pi \leq x < 4\pi \end{cases}$$

und auf alle $x \in \mathbb{R}$ periodisch fortgesetzt. Skizzieren Sie die Funktion. Bestimmen Sie

- entweder: die Fourier-Koeffizienten a_0 und b_4
- oder: den Gleichspannungsanteil der Fourier-Reihe sowie den komplexen Fourier-Koeffizienten c_4 .

6. Die Punkte $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ und $(0, 1)$ dienen als Koeffizienten einer Bézier-Kurve. Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Kurve und bestimmen Sie den Geschwindigkeitsvektor zur Zeit $\frac{1}{2}$. 2 P.

7. Finden Sie die allgemeine Lösung y der Differentiagleichung 2 P.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t + t^3}{e^y}.$$

8. Finden Sie die allgemeine Lösung y der Differentialgleichung 2 P.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = e^t.$$

9. Auf Ihrer Website stehen zwei Dateien zum Download: Die Datei A ist 1 MByte groß, die Datei B dagegen 10 MByte. Sie wissen aus der Vergangenheit, dass jeder zweite Besucher der Website die Datei A herunterlädt, von den übrigen Hälfte der Besucher ein Drittel die Datei B herunterlädt und alle anderen keinen Download starten. Welche Download-Datenmenge erwarten Sie im Schnitt pro Besucher? 2 P.
10. Sie haben im Schnitt jeden Tag zehn Besucher auf Ihrer Website. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie morgen *keinen* Besucher auf der Website haben? (Mit welcher Verteilung modellieren Sie das?) 2 P.