

# Mathematik für Informatiker

## Mathematik 2

Jörn Loviscach  
17. Juni 2003

Maximale Punktzahl: 22, Mindestpunktzahl: 7

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel: Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

1. Auf  $\mathbb{R}^2$  sei eine Funktion  $f$  durch  $f(x, y) := x - \sqrt{|y|}$  definiert. Skizzieren Sie auf  $[-2, 2] \times [-2, 2]$  die Niveaulinie  $f(x, y) = 0$ . 2 P.
2. Auf  $\mathbb{R}^2$  sei eine Funktion  $f$  durch  $f(x, y) := \sin(x^2 - y^2)$  definiert. Besitzt  $f$  an  $(0, 0)$  ein lokales Maximum oder ein lokales Minimum oder keines von beiden? Begründung! 2 P.
3. Auf  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  sei eine Funktion  $f$  durch  $f(x, y) := \frac{x}{x^2+y^2} \sin(\sqrt{x^2+y^2})$  definiert. Integrieren Sie diese Funktion über das rechte obere Viertel der Kreisscheibe mit Radius 7 und Zentrum im Ursprung. 3 P.
4. Geben Sie die Parameter  $a$  und  $b$  so an, dass die Kurve 2 P.

$$\vec{p}: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \vec{p}(t) = \begin{pmatrix} at \cos(bt) \\ at \sin(bt) \end{pmatrix}$$

eine Spirale ist, die sich alle sieben Zeiteinheiten einmal windet und deren Windungen radial eine Ortseinheit voneinander entfernt liegen.

5. Eine Funktion  $f$  sei für  $t \in [0, 2)$  definiert durch 3 P.

$$f(t) := \begin{cases} t, & \text{falls } 0 \leq t < 1, \\ 0, & \text{falls } 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

und auf alle  $t \in \mathbb{R}$  periodisch fortgesetzt. Bestimmen Sie den Gleichspannungsanteil sowie den komplexen Fourier-Koeffizienten  $c_3$ . Hinweis: partielle Integration.

6. In einen Wasserspeicher fließen pro Tag 10 Liter Wasser hinzu, gleichzeitig versickert pro Tag ein Prozent des jeweils enthaltenen Wassers. Zum Zeitpunkt 0 enthält der Behälter 200 Liter Wasser. Stellen Sie eine Differentialgleichung für die Menge enthaltenen Wassers auf und lösen Sie sie. 2 P.

7. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung 3 P.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 10y = 0.$$

Wie verhalten sich praktisch alle Lösungen dieser Differentialgleichung für  $x \rightarrow \infty$ ?

8. Ein idealer Würfel wird 1000-mal geworfen. Alle 1000 gewürfelten Zahlen werden addiert. Das Ergebnis heiße  $S$ . Bestimmen Sie von  $S$ : Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung. 2 P.

9. Sie stellen per Statistik fest, dass im Schnitt jeder 10. Kunde Ihrer Website seine Rechnung nicht begleicht. Gestern hatten Sie 30 Kunden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt das Ereignis ein, dass 5 von diesen 30 von denen ihre Rechnung nicht begleichen und die übrigen 25 bezahlen? 3 P.