Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 9. Februar 2024

Jörn Loviscach

Versionsstand: 8. Februar 2024, 20:48

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene durch die drei Punkte $(1|2|3)$, $(2|3|4)$ und $(3|2|4)$ gegeben. Geben Sie die Gleichung einer Geraden an, die zu dieser Ebene senkrecht ist.

2. Geben Sie den Kern der folgenden Matrix an:
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

3. Rechnen Sie diese Determinante aus:
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \overset{!}{=} \cos(x)\,y^2$ zur Anfangsbedingung $y(3) \overset{!}{=} 4$.

5. Schätzen Sie $\frac{1}{(1{,}99)^3}$ durch eine quadratische Näherung. (Zahlen im Ergebnis nicht zusammenfassen)

6. Betrachten Sie die Funktion $f(x,y) = \sin(3x+y)+\cos(y)$ an der Stelle $(x_0|y_0) = (\frac{\pi}{6}|0)$. Liegt dort ein lokales Minimum? Rechnerische Begründung!

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Der $\mathbb{R}^2$ wird um $+90°$ um den Ursprung gedreht und dann an der y-Achse gespiegelt. Geben Sie die Matrix an, mit der man diese Abbildung so schreiben kann: neuer Ortsvektor = Matrix mal alter Ortsvektor.

8. Lösen Sie $y' - 2y \overset{!}{=} e^{2x}$ zur Anfangsbedingung $y(0) \overset{!}{=} 3$.

9. Geben Sie eine Differentialgleichung zweiter Ordnung an, für die beide folgenden Funktionen Lösungen sind: $y_1(x) = e^x$ und $y_2(x) = 23$ (also eine Konstante).

10. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_5 für die Funktion f, welche die Periode 3 hat, für $t \in [-2;0)$ gleich 0 ist und für $t \in [0;1)$ gleich e^t ist.

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{9}{s^3+s}$ ist.

12. Integrieren Sie die Funktion $f(x,y) := \ln(1 + x^2 + y^2)$ über die Kreisscheibe mit Radius 3 um den Ursprung. Hinweis: Im Zwischenschritt Integration durch Substitution.