

Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 21. März 2023

Jörn Loviscach

Versionsstand: 20. März 2023, 22:52



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; Wörterbuch (z. B. Deutsch–Portugiesisch); kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x , die $\log_2(3^x - 7) = 4$ erfüllen.
2. Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , welche die Gleichung

$$z^3 + 7z = 0$$

erfüllen. Geben Sie für jede davon Realteil und Imaginärteil an.

3. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion $x \mapsto \ln(x) \cdot \sin(x^4 + 1)$.
4. Bestimmen Sie alle Stellen $x \in \mathbb{R}$, an denen die folgende Funktion lokale Minima (wohlgemerkt: Minima!) hat. Gibt es solche Stellen überhaupt?

$$x \mapsto \frac{1}{x^2 + 3}$$

5. Berechnen Sie das folgende Integral durch Substitution:

$$\int_0^{\pi/2} \cos(x) (1 + \sin(x)) dx$$

6. Ein idealer Würfel wird zehnmal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau dreimal eine gerade Zahl geworfen wird?

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Skizzieren Sie die Menge $\{(x|y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 \wedge y \geq x^2\}$. Markieren Sie, welche Ränder enthalten sind und welche nicht.
8. Geben Sie eine rationale Funktion an, die mindestens an $x = 2$ und $x = 3$ Polstellen hat, mindestens an $x = 4$ eine Nullstelle hat und für $x \rightarrow \pm\infty$ die Asymptote $y = 7$ hat. (Diese Aufgabe besitzt keine eindeutige Lösung.)
9. Ein Dreieck hat die Eckpunkte $A(1|1)$, $B(5|2)$, $C(3|4)$. Bestimmen Sie rechnerisch die Länge der Höhe (also des Lots) der Ecke C über der Seite AB .
10. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion

$$x \mapsto \frac{1}{2 + \cos(3x)}$$

auf dem Intervall $x \in [-\pi; \pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.

11. Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Menge, die zwischen der Parabel $y = x^2 - 4x + 4$ und der Geraden $y = 2x - 1$ eingeschlossen ist. (Summen von Brüchen können Sie im Ergebnis stehen lassen.)
12. Eine stetige (!) Zufallsgröße X nimmt Werte von 0 bis 5 an. Der Median von X beträgt 4. Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen. (Diese Aufgabe besitzt keine eindeutige Lösung.)