

Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 15. Juli 2022

Jörn Loviscach

Versionsstand: 15. Juli 2022, 12:13



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Ein Dreieck im \mathbb{R}^2 hat die Eckpunkte $A(1|2)$, $B(6|3)$ und $C(2|5)$. Bestimmen Sie rechnerisch seinen Flächeninhalt.
2. Bestimmen Sie von der folgenden Matrix alle reellen Eigenwerte und jeweils dazu einen Eigenvektor:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} y^2 \sin(3x)$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 4$.
4. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_3 und b_3 für die Funktion f , welche die Periode 6 hat, für $t \in [-3; 0)$ gleich -1 ist und für $t \in [0; 3)$ gleich 1 ist.
5. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{4s+5}{s^2+9}$ ist.
6. Bestimmen Sie das totale Differential der Funktion $f(x, y) := \frac{x^2}{y}$ an der Stelle $(x_0|y_0) = (1|2)$. Schätzen Sie damit $\frac{1,01^2}{1,98}$.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 8 & 0 \\ 0 & 4 & 8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Was kann man aus diesem Wert der Determinante für den Rang und für den Defekt dieser Matrix folgern?

8. Geben Sie eine 3×3 -Matrix an, deren Kern die Ursprungsgerade mit dem folgenden Richtungsvektor ist:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

9. Lösen Sie die Gleichung $x \stackrel{!}{=} 1,2 + \ln(x)$ näherungsweise, indem Sie den natürlichen Logarithmus an der Stelle $x_0 = 1$ quadratisch nähern.
10. Geben Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y'' - 9y \stackrel{!}{=} e^{3x}$ an.
11. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y' \stackrel{!}{=} 7$.
12. Bestimmen Sie das Volumen zwischen der Kreisscheibe mit Radius 2 um den Ursprung in der xy -Ebene und der Fläche $z = 16 - (x^2 + y^2)^2$.