

Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 28. Januar 2022

Jörn Loviscach

Versionsstand: 28. Januar 2022, 10:19



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; Wörterbuch (z. B. Deutsch–Portugiesisch); kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Finden Sie alle reellen Zahlen x , die $(5 + \log_{10}(x))^3 = 8$ erfüllen.
2. Lösen Sie die Ungleichung $x - 1 > |x - 3|$ für $x \in \mathbb{R}$ rechnerisch durch Umformungen und Logik.
3. Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z , welche die Gleichung

$$(z + 3i)^2 = -1$$

erfüllen. Geben Sie für jede davon Realteil und Imaginärteil an. (Formeln für Taschenrechner genügen)

4. Skizzieren Sie das Verhalten dieser Funktion an ihren Nullstellen (Gibt es welche? Wo?) und an ihren Polstellen (Gibt es welche? Wo?) und geben Sie die Asymptote für $x \rightarrow \pm\infty$ an:

$$x \mapsto \frac{3x^2 - 6x + 3}{x^2 - 1}$$

5. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion $x \mapsto \sin(x^3 + 5e^x)$.
6. Ein Rotationskörper entsteht, indem der Graph der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ für $3 \leq x \leq 5$ um die x -Achse rotiert. Bestimmen Sie das Volumen dieses Rotationskörpers.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. In einer Trommel liegen fünf rote und sieben grüne Bälle. Drei Bälle davon werden gezogen, *mit* (!) Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei gezogenen Bälle die gleiche Farbe haben? Summen, Produkte und Brüche können Sie unausgerechnet im Ergebnis stehen lassen.
8. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto \left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)^2$ auf dem Intervall $x \in [-\pi; \pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
9. Die Seite AB eines Dreiecks hat die Länge 5, die Seite BC die Länge 7. Der Winkel zwischen der Seite AB und der Seite AC beträgt 20° . Bestimmen Sie die Länge der Seite AC (Formel für Taschenrechner genügt). Und: Ist diese Länge durch diese Angaben eindeutig festgelegt?
10. Bestimmen Sie den größten Wert, den diese Funktion für $x \in \mathbb{R}$ annimmt (Formel für Taschenrechner genügt):

$$x \mapsto \frac{8-x}{x^2+1}$$

11. Berechnen Sie dieses Integral (Formel für Taschenrechner genügt):

$$\int_4^5 \left(\ln(x)\right)^2 \frac{1}{x} dx$$

12. Eine Zufallsgröße X kann nur die Werte 1 und 2 annehmen; die Wahrscheinlichkeiten für 1 bzw. 2 sind dabei nicht bekannt. Wie groß kann die Varianz von X maximal sein?