Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 31. Januar 2020

Jörn Loviscach

Versionsstand: 1. Februar 2020, 11:42

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/ or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; Wörterbuch (z. B. Deutsch–Portugiesisch); kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Fingerübungen

1. Finden Sie alle reellen Zahlen x, die $\sqrt{10^{5+x}+9} = 4$ erfüllen. (Formel für Taschenrechner[c1] genügt)

[c1] jl: Einen alten!

2. Bestimmen Sie von der folgenden rationalen Funktion die Asymptote für $x \to \pm\infty$:
$$x \mapsto \frac{x^3+7x^2}{x^2+1}$$

3. Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen z, welche die Gleichung
$$(1-2i)\,z^3 = 1$$
erfüllen. Geben Sie für jede davon Realteil und Imaginärteil an. (Formeln für Taschenrechner genügen)

4. Ein Dreieck im $\mathbb{R}^2$ hat die Eckpunkte $A(1|2)$, $B(3|4)$ und $C(2|5)$. Berechnen Sie den Innenwinkel dieses Dreiecks am Punkt C (also den Winkel γ). (Formel für Taschenrechner genügt)

5. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto (x-1)^3+2$ auf dem Intervall $x \in [0;2]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.

Bitte wenden!

6. Die stetige Zufallsgröße X nimmt nur Werte $x \in [1;4]$ an. Sie hat für $1 \leq x \leq 4$ die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x) = Ce^x$ mit einer zunächst nicht bekannten Zahl C. Bestimmen Sie C und bestimmen Sie den Erwartungswert $E[X]$. (Formel für Taschenrechner genügt)

Kreative Anwendung

7. Skizzieren Sie die Menge $\{(x|y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9 \wedge y - x > 0\}$. Markieren Sie, welche Ränder enthalten sind und welche nicht.

8. Zerlegen Sie dieses Polynom vollständig in (gegebenenfalls komplexe) Linearfaktoren:
$$p(z) = z^4 + 6z^2 + 5$$

9. Existiert der folgende Grenzwert? Wenn ja, bestimmen Sie ihn.
$$\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 2^3}{x - 2}$$

10. Bestimmen Sie alle Stellen $x \in \mathbb{R}$, an denen die folgende Funktion lokale Maxima (wohlgemerkt: Maxima!) hat:
$$x \mapsto \frac{1}{\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5}$$

11. Berechnen Sie das folgende Integral durch Substitution (Formel für Taschenrechner genügt):
$$\int_0^{\frac{1}{2}} \sin(2x)\cos(2x)\,dx$$

12. In einer Kiste liegen durcheinander drei Bauteile vom Typ A und sieben Bauteile vom Typ B. Alle Bauteile vom Typ A sind fehlerfrei, aber jedes Bauteil vom Typ B ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % defekt. Man nimmt[c1] zufällig zwei Bauteile aus der Kiste, ohne auf den Typ zu achten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Bauteile defekt sind? (Formel für Taschenrechner genügt)

[c1] jl: Ohne Zurücklegen!