Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 2. Oktober 2019

Jörn Loviscach

Versionsstand: 1. Oktober 2019, 22:16

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Lösen Sie dieses Gleichungssystem *streng* mittels Gaußscher Elimination:

$$\begin{aligned} x+z &= 1 \\ 2x+y &= 2 \\ 4y-8z &= 3 \end{aligned}$$

2. Geben Sie den Rang dieser Matrix an:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Sind lineare Gleichungssysteme mit dieser Koeffizientenmatrix also immer lösbar?

3. Lösen Sie $y' + y\cos(2x) \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 5$.

4. Wie verhalten sich die Lösungen der Differentialgleichung $y'' - 6y' - y = 0$ für $x \to \infty$? (Schwingend? Abklingend? Aufschaukelnd? … Mehreres davon, je nach Anfangsbedingung?)

Bitte wenden!

5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_3 für die Funktion f, welche die Periode 4 hat, für $t \in [0;3)$ gleich 0 ist und für $t \in [3;4)$ gleich 2 ist.

6. Hat die Funktion $f(x,y) := x^2y^2 + x^2 + 3y^2 + 5$ an $(x|y) = (0|0)$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^2$ ist ein Kreis folgender Art gesucht: Er hat den Radius 2 und er hat die Gerade durch die Punkte $(0|1)$ und $(3|3)$ als Tangentengerade. Bestimmen Sie den Mittelpunkt eines solchen Kreises (keine eindeutige Lösung).

8. Betrachten Sie im $\mathbb{R}^3$ die Drehung um 90°, deren Drehachse die Ursprungsgerade mit Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ist. Geben Sie die Menge der (reellen) Eigenvektoren dieser Drehung an. (Die Rotationsmatrix selbst ist nicht gesucht.)

9. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $\ddot{x} + 4x \stackrel{!}{=} e^{2it}$.

10. Geben Sie eine Differentialgleichung zweiter Ordnung an, für die sowohl $y_1(x) = e^x$ als auch $y_2(x) = e^{3x}$ Lösungen sind.

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^4-1}$ ist. Hinweis: $s^4 - 1 = (s^2+1)(s^2-1)$

12. Berechnen Sie das Volumen dieses Körpers im $\mathbb{R}^3$: Seine Grundfläche in der xy-Ebene ist die Kreisscheibe mit Radius 3 um den Ursprung. In der Höhe reicht er von $z = 0$ bis $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.