Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 19. Juli 2019

Jörn Loviscach

Versionsstand: 18. Juli 2019, 16:27

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/ or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene durch die drei Punkte $(2|1|4)$, $(1|2|3)$ und $(1|1|1)$ gegeben. Liegt der Punkt $(2|3|4)$ in dieser Ebene? Rechenweg!

2. Rechnen Sie diese Determinante aus:
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Bestimmen Sie alle Eigenwerte und jeweils dazu einen Eigenvektor der Matrix $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Lösen Sie $y' + y^2x^2 \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(2) \stackrel{!}{=} 5$.

5. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $y' + 7y \stackrel{!}{=} e^{-7x}$.

6. Die Funktion f ist durch $f(u,v,w) := u\sin(v^2 - w)$ gegeben. Schätzen Sie $f(3{,}01; 2{,}02; 3{,}97)$ durch lineare Näherung von f an $(u_0|v_0|w_0) = (3|2|4)$.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Geben Sie die 2×2-Matrix an, welche die Spiegelung des $\mathbb{R}^2$ an der Geraden $2x + 3y = 0$ beschreibt.

8. Geben Sie in Zahlen eine 3×3-Matrix an, deren Kern die Ebene $\lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ ist (keine eindeutige Lösung).

9. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung von $y''' + y \overset{!}{=} x^4$.

10. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_3 und b_3 für die Funktion f, welche die Periode 7 hat, für $t \in [0;1)$ gleich $1 - t$ ist, für $t \in [1;6)$ gleich 0 ist und für $t \in [6;7)$ gleich $t - 6$ ist. Nutzen Sie gegebenenfalls Symmetrien aus.

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{s-5}{s^3+4s}$ ist.

12. Gegeben ist die Funktion $f(x, y) := x - y^2$. Betrachten Sie deren Höhenlinie, die durch die Stelle $(x_0|y_0) = (1|2)$ läuft. Skizzieren Sie diese auf dem Bereich $[-3;3] \times [-3;3]$.