Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 5. Oktober 2018

Jörn Loviscach

Versionsstand: 4. Oktober 2018, 21:37

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^2$ ist der Kreis gegeben, der den Mittelpunkt (3|4) und den Radius 2 hat. Wählen Sie irgendeine Tangentengerade an diesen Kreis. Geben Sie eine Gleichung für diese an. (keine eindeutige Lösung)

2. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' - \frac{x}{e^{5y}} \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 4$.

3. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y' + 2y \stackrel{!}{=} \sin(3x)$.

4. Schätzen Sie 99^5 durch eine geeignete quadratische Näherung.

5. Hat die Funktion $f(x,y) := x^3 + 3x^2y + x^2 + 3xy^2 + 2xy + y^3 + 2y^2 + 2y$ an der Stelle (x | y) = (1 | -1) ein lokales Extremum? Wenn ja, ein lokales Minimum oder aber ein lokales Maximum? Begründen Sie Ihre Antwort mit den ersten und zweiten Ableitungen.

6. Bestimmen Sie das Volumen des in Zylinderkoordinaten gegebenen Körpers:

$$1 \leq r \leq 2$$
$$0 \leq \phi \leq r$$
$$5 \leq z \leq 10$$

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Geben Sie die Gleichung einer Gerade im $\mathbb{R}^3$ und die Gleichung einer Ebene im $\mathbb{R}^3$ an, die keinen Punkt gemeinsam haben. (keine eindeutige Lösung)

8. Angenommen, das Vektorprodukt zweier Vektoren des $\mathbb{R}^3$ ist der Nullvektor. Was wissen Sie dann geometrisch über die beiden Vektoren?

9. Wie muss die reelle Zahl a gewählt werden, so dass das folgende Gleichungssystem genau eine Lösung (x, y, z) hat?

$$\begin{aligned} x + y + az &= 1 \\ 2x + y &= 2 \\ -4y + 3z &= 3 \end{aligned}$$

10. Geben Sie eine 3×3-Matrix an, die den Eigenwert 2 hat, keine weiteren reellen Eigenwerte hat, aber ungleich $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ist. (keine eindeutige Lösung)

11. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y'' + 2y' + y \stackrel{!}{=} x$ zur Anfangsbedingung $y(1) \stackrel{!}{=} 5$, $y'(1) \stackrel{!}{=} 3$.

12. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_4 für die Funktion f, welche die Periode 7 hat, für $t \in [0; 3)$ gleich 1 ist und für $t \in [3; 7)$ gleich 2 ist.