Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 6. Februar 2018

Jörn Loviscach

Versionsstand: 6. Februar 2018, 11:09

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^2$ ist der Kreis mit dem Radius 5 um den Ursprung gegeben. Die Kreislinie enthält den Punkt (3|4). Geben Sie die Gleichung einer Tangentengerade an den Kreis an, die durch diesen Punkt läuft.

2. Lösen Sie dieses Gleichungssystem streng (!) mit der Cramerschen Regel:
$$\begin{array}{ccccccc} x & & & - & z & = & 2 \\ 2x & + & y & & & = & 1 \\ x & + & 3y & + & z & = & 0 \end{array}$$

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' + \sin(x)y \overset{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(2) \overset{!}{=} 3$.

4. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' - y + x^2 \overset{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(5) \overset{!}{=} 7$.

5. Geben die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^2-7s+12}$ ist.

6. Geben Sie irgendeine Stelle $(x|y) \in \mathbb{R}^2$ an, an der die Funktion $f(x,y) := \cos(x+3y)+\cos(y-4x)$ ein lokales Maximum hat (keine eindeutige Lösung). Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Die Punkte des $\mathbb{R}^2$ sollen gegen den Uhrzeigersinn um 90° um den Drehungsmittelpunkt (2|3) gedreht werden. Geben Sie die Matrix M und den Vektor $\mathbf{b}$ an, mit denen für alle Punkte gilt:

$$\mathbf{x}_{\text{gedreht}} = M\mathbf{x}_{\text{original}} + \mathbf{b}$$

8. Geben Sie den Defekt dieser Matrix an:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Was besagt dieser Wert des Defekts über die Lösungen von linearen Gleichungssysteme mit dieser Koeffizientenmatrix?

9. Eine 2×2-Spiegelungsmatrix soll den Vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ als einen Eigenvektor zum Eigenwert 1 haben. Geben Sie die Matrix an.

10. Finden Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 9y \stackrel{!}{=} e^{3x}.$$

11. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_3 für die Funktion f, welche die Periode 5 hat und für $t \in [0;5)$ gleich $t\,e^t$ ist.

12. Finden Sie näherungsweise eine Lösung x der Gleichung $\sqrt[3]{x} = 2{,}001$, indem Sie $\sqrt[3]{x}$ an einer passenden Stelle x_0 linear (!) nähern.