

Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 9. Februar 2018

Jörn Loviscach

Versionsstand: 9. Februar 2018, 12:05



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

- Finden Sie alle reellen Zahlen x , die $\sqrt[5]{x^6 + 7} = 10$ erfüllen.
- Skizzieren Sie das Verhalten dieser Funktion an ihren Nullstellen (Gibt es welche? Wo?) und an ihren Polstellen (Gibt es welche? Wo?) und geben Sie die Asymptote für $x \rightarrow \pm\infty$ an:

$$x \mapsto \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$$

- Die Seite AB eines Dreiecks hat die Länge 7, die Seite BC die Länge 5. Der Winkel zwischen der Seite AB und der Seite CA beträgt 20° . Bestimmen Sie die Länge der Seite CA . Ist diese Länge durch diese Angaben eindeutig festgelegt?
- Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion $x \mapsto \sin(\sqrt{3x+4})$.
- Berechnen Sie:

$$\int_1^5 x \cos(x+7) dx.$$

Bitte wenden!

6. Die diskrete Zufallsgröße X nimmt die Werte $x = 0$ und $x = 1$ jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ an. Die diskrete Zufallsgröße Y nimmt den Wert $y = -1$ mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{7}$ und den Wert $y = 0$ mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{6}{7}$ an. Die Zufallsgrößen X und Y sind unabhängig voneinander. Betrachten Sie die Zufallsgröße $Z := X + Y$. Was ist der Erwartungswert von Z^3 ?

Kreative Anwendung

7. Man multipliziert $(2a - b + c)^9$ vollständig aus und fasst gleichartige Terme zusammen: $(2a - b + c)^9 = 512a^9 + \dots + c^9$. Bestimmen Sie den Faktor, der in dieser Summe vor $a^2b^3c^4$ steht.
8. Lösen Sie die Ungleichung $|x^2 - 1| \geq 3$ für $x \in \mathbb{R}$ rechnerisch.
9. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(3x)\right)^2$ auf dem Intervall $x \in [0; 2\pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
10. Finden Sie alle komplexen Zahlen z , welche die Gleichung $z^5 - 9z = 0$ erfüllen. Geben Sie für jede davon Real- und Imaginärteil an.
11. Bestimmen Sie den kleinsten Wert der Funktion $f(x) = x \ln(x)$ für $x \in [\frac{1}{e^5}; 1]$. Begründen Sie, dass dieser Wert auch wirklich der kleinste ist.
12. Betrachten Sie die Menge an Punkten des \mathbb{R}^2 zwischen der x -Achse und der Kurve $y = x^4$ von $x = 0$ bis $x = 2$. Bestimmen Sie die y -Komponente des Schwerpunkts dieser Menge.