Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 13. Oktober 2017

Jörn Loviscach

Versionsstand: 12. Oktober 2017, 21:06

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^2$ sind die Punkte $A(1|2)$ und $B(4|3)$ gegeben. Geben Sie eine Geradengleichung für die Mittelsenkrechte der Strecke $[AB]$ an. (Die Mittelsenkrechte ist die Gerade senkrecht zur Strecke, die durch die Mitte der Strecke verläuft.)

2. Lösen Sie dieses Gleichungssystem streng (streng!) mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren:
$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & 2z & = & 1 \\ 2x & + & y & + & z & = & 2 \\ 3x & + & y & + & z & = & 4 \end{array}$$

3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y \overset{!}{=} x^5$.

4. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \overset{!}{=} x^2 y$ zur Anfangsbedingung $y(2) \overset{!}{=} 5$.

5. Schätzen Sie $\sqrt{25{,}02}$ durch eine lineare (lineare!) Näherung und bestimmen Sie eine Schranke für den Fehler.

6. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_5 und b_5 für die Funktion f, welche die Periode 4 hat und für $t \in [-2;2)$ gleich $|t| - 1$ ist.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Geben Sie in Zahlen ein Beispiel für eine 3×2-Matrix an, die dies erfüllt: Jedes lineare Gleichungssystem mit dieser Matrix als Koeffizientenmatrix ist eindeutig lösbar, wenn es überhaupt lösbar ist. Geben Sie außerdem Rang und Defekt Ihrer Matrix an.

8. Die 3×3-Matrix M soll die Drehung um $180°$ mit der Drehachse beschreiben, die durch $x = y$; $z = 0$ gegeben ist. Geben Sie M in Zahlen an.

9. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' - y \stackrel{!}{=} e^x$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 4$.

10. Wie verhalten sich die Lösungen der Differentialgleichung $y'' - 4y' + 13y \stackrel{!}{=} 0$ für $x \to \infty$? (Schwingend? Abklingend? Aufschaukelnd? Mehreres davon, je nach Anfangsbedingung?)

11. Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation (!) die Differentialgleichung $\dot{y} + 2y \stackrel{!}{=} \sin(t)$ zur Anfangsbedingung $y(0) \stackrel{!}{=} 3$.

12. Hat die Funktion $f(x, y) := \ln(10 + x^2 + 3x + y^2)$ irgendwo für $(x|y) \in \mathbb{R}^2$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.