Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 28. Juli 2017

Jörn Loviscach

Versionsstand: 29. Juli 2017, 21:02

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Lösen Sie $y' + y\sin(x) \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(1) \stackrel{!}{=} 3$.

3. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $y' + y + x^2 \stackrel{!}{=} 0$.

4. Schätzen Sie $\cos(\sin(0{,}02))$, indem Sie die Funktion $x \mapsto \cos(\sin(x))$ an der Stelle $x_0 = 0$ quadratisch nähern.

5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_4 für die Funktion f, welche die Periode 3 hat und für $t \in [0;3)$ gleich e^t ist.

6. Hat die Funktion $f(x, y) := x^3 + 3x^2y - 3x^2 + 3xy^2 - 8xy + 4x + y^3 - 4y^2 + 4y$ an irgendeiner Stelle $(x|y) \in \mathbb{R}^2$ ein lokales Minimum? Wenn ja, an welcher? Begründen Sie Ihre Antwort mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene E_1 gegeben, die durch die Punkte (1|1|1), (3|1|2) und (5|2|3) verläuft. Geben Sie die Gleichung der Ebene E_2 im $\mathbb{R}^3$ an, die parallel zu der Ebene E_1 ist und den Punkt (2|3|4) enthält (keine eindeutige Lösung).

8. Geben Sie eine Matrix an, deren Kern gleich der folgenden Ebene ist (keine eindeutige Lösung):
$$\lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

9. Geben Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y'' + 25y \stackrel{!}{=} e^{5x}$ an (keine eindeutige Lösung).

10. Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $Y(s)$ der Lösung der Differentialgleichung $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 5y(t) \stackrel{!}{=} t$ für $y(0) \stackrel{!}{=} 1$ und $\dot{y}(0) \stackrel{!}{=} 2$.

11. Skizzieren Sie die Höhenlinie $f(x, y) = 1$ der Funktion f, die für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ durch $f(x, y) := 3 - |x| - |y|$ definiert wird. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.

12. Berechnen Sie das Volumen folgendes Körpers im $\mathbb{R}^3$: Seine Grundfläche[c1] ist das Dreieck mit den Punkten (1|2), (1|4) und (3|4). In der Höhe reicht er von $z = 0$ bis $z = 2x$.

[c1] jl: in der xy-Ebene