

Mathematik I

2017-01-27

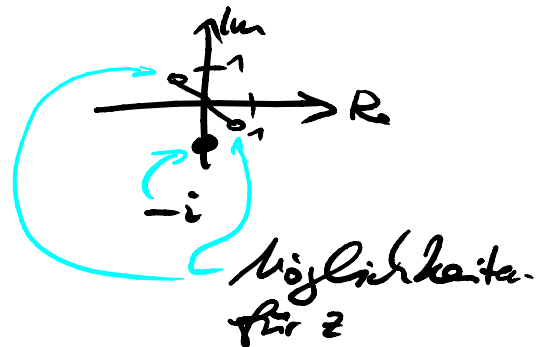
Musterlösungen

1.
$$\sqrt[4]{3^{x/7} + 5} = 2 \Leftrightarrow 3^{x/7} + 5 = 16$$
$$\Leftrightarrow 3^{x/7} = 11 \Leftrightarrow \frac{x}{7} = \log_3(11)$$
$$\Leftrightarrow x = 7 \log_3(11)$$

2.
$$iz^5 = z^3 \Leftrightarrow z^3(iz^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow z^3 = 0$$
$$\vee z^2 = -i$$

$$\Leftrightarrow z = 0 + 0i$$
$$\vee z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$$
$$\vee z = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$$



3.
$$P = \frac{2}{50} \cdot \frac{1}{49} \cdot \binom{6}{2}$$

Wahrscheinlichkeit
sofort die
beiden „13“ zu ziehen

Anzahl der Möglichkeiten,
die zwei „13“ in
den sechs gezogenen
Kugeln unterzubringen

$$\left(= \frac{2 \cdot 1 \cdot 2}{50 \cdot 49 \cdot 2} = \frac{3}{5 \cdot 49} \approx \frac{3}{250} \approx 0,012. \right)$$

Gleiches Ergebnis mit $\binom{48}{4} / \binom{50}{6}$.

4. Nullstellen von $x^2 + x - 6$:

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6} = -\frac{1}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -3$$

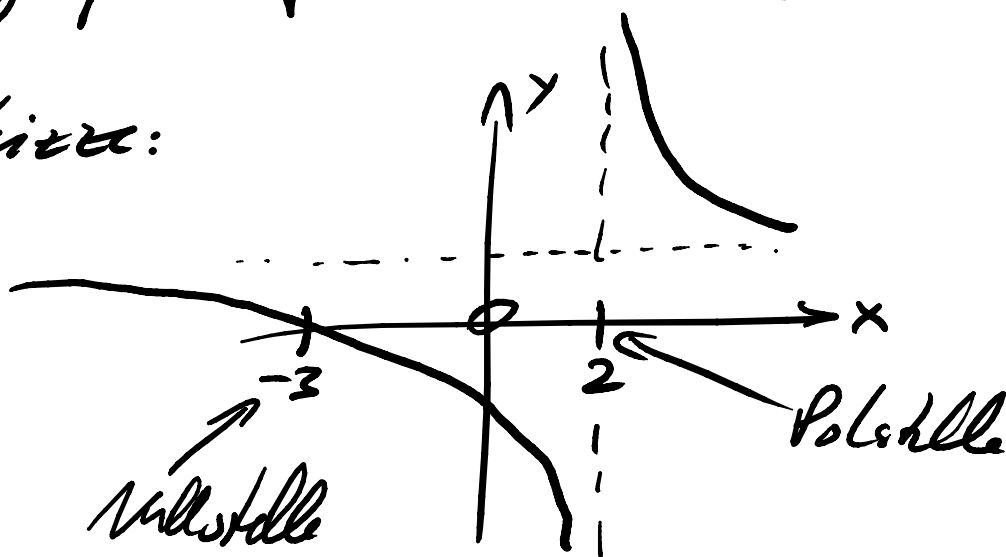
Nullstellen von $x^2 - 4x + 4$:

$$x = 2 \pm \sqrt{4 - 4} = 2$$

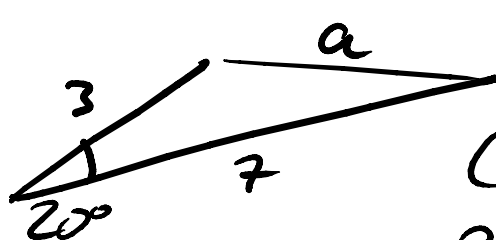
$$\text{Also } \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 4} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+3)}{\cancel{(x-2)}^2} = \frac{x+3}{x-2}$$

Asymptote für $x \rightarrow \pm\infty$ ist $y = 1$.

Skizze:



5.



a ist eindeutig bestimmt!

Cosinussatz:

$$3^2 + 7^2 = a^2 + 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cos(20^\circ)$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{58 - 42 \cos(20^\circ)}$$

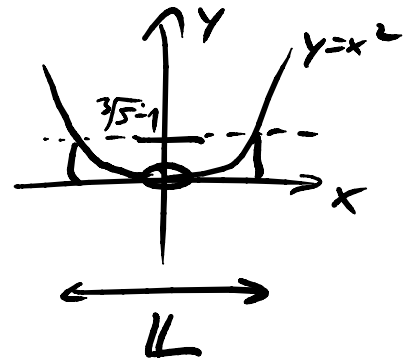
$$6. \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(5x)}{x^2+1} \right)^3$$

$$= 3 \cdot \left(\frac{\sin(5x)}{x^2+1} \right)^2 \cdot \frac{\cos(5x) \cdot 5 \cdot (x^2+1) - \sin(5x) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$7. (x^2+1)^3 \leq 5 \iff x^2+1 \leq \sqrt[3]{5}$$

$$\iff x^2 \leq \sqrt[3]{5}-1$$

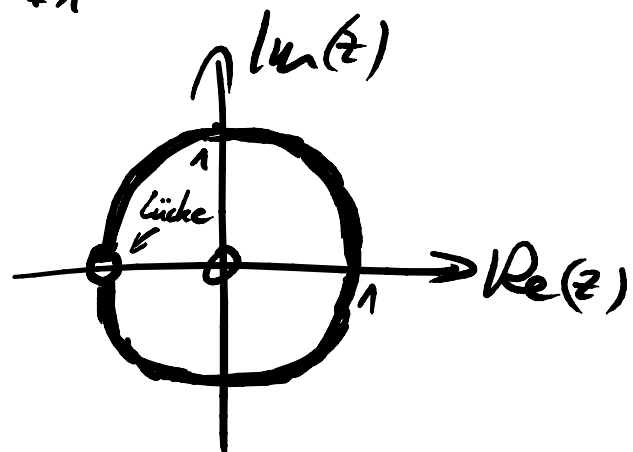
$$\iff \mathbb{L} = \left[-\sqrt{\sqrt[3]{5}-1}; \sqrt{\sqrt[3]{5}-1} \right]$$



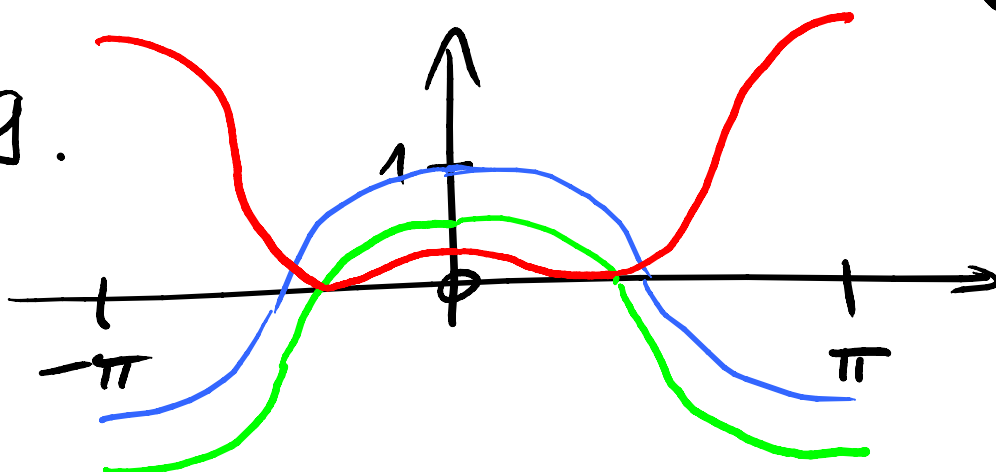
8. Beobachtung:

$$\left| \frac{x+i}{i-x} \right| = \frac{\sqrt{x^2+1^2}}{\sqrt{(-x)^2+1^2}} = 1$$

Bildmenge:



9.



$$y = \cos(x)$$

$$y = \cos(x) - \frac{1}{2}$$

$$y = \left(\cos(x) - \frac{1}{2} \right)^2$$

10.

$$\frac{n^2 \cos(1/n) + 13n + e^{-n}}{1 + 3n^2}$$

$$= \frac{n^2 \left(\cos(1/n) + \frac{13}{n} + \frac{e^{-n}}{n^2} \right)}{n^2 \left(\frac{1}{n^2} + 3 \right)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{3}$$

11.

$$\int_4^5 x^2 \ln(x) dx = \left[\frac{x^3}{3} \ln(x) \right]_4^5 - \int_4^5 \frac{x^3}{3} \frac{1}{x} dx$$
$$= \frac{5^3}{3} \ln(5) - \frac{4^3}{3} \ln(4) - \frac{1}{3} \frac{5^3}{3} + \frac{1}{3} \frac{4^3}{3}$$

12.	Wert von X	Wahrscheinlichkeit
	0	$\overset{(Z)}{0,5} \cdot \overset{(Z)}{0,7}$
	1	$\overset{(Z)}{0,5} \cdot \overset{(K)}{0,3} + \overset{(K)}{0,5} \cdot \overset{(Z)}{0,7}$
	2	$\overset{(K)}{0,5} \cdot \overset{(K)}{0,3}$

$$\begin{aligned}
 E[X^2] &= 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0^2 \\
 &\quad + (0,5 \cdot 0,3 + 0,5 \cdot 0,7) \cdot 1^2 \\
 &\quad + 0,5 \cdot 0,3 \cdot 2^2 \\
 &= 0 \\
 &\quad + 0,5 \\
 &\quad + \cancel{0,5} \cdot 0,3 \cdot 2 \cdot 2 \\
 &= 1,1
 \end{aligned}$$