Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 29. September 2016

Jörn Loviscach

Versionsstand: 21. Juli 2017, 15:10

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Lösen Sie dieses Gleichungssystem streng mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren:
$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \\ 2x & + & 3y & + & z & = & 2 \end{array}$$

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y' \stackrel{!}{=} 4x$.

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' + e^x y \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(5) \stackrel{!}{=} 3$.

4. Lösen Sie die Gleichung $e^{(-x^2)} = x$ näherungsweise, indem Sie eine quadratische Näherung benutzen.

5. Bestimmen Sie den Fourier-Koeffizienten a_3 für die Funktion f, welche die Periode 6 hat und für $t \in [-2;4)$ gleich $1+t$ ist.

6. Hat die Funktion $f(x,y) := 2x^3 + x^2 + 6xy^2 + 6xy + y^2$ and der Stelle $(\frac{1}{3}|-\frac{1}{3})$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^2$ ist die Gerade durch die Punkte $(1|2)$ und $(4|1)$ gegeben. Bestimmen Sie rechnerisch, wohin die Spiegelung an dieser Gerade den Ursprung $(0|0)$ abbildet.

8. Die Matrix M soll die Drehung des $\mathbb{R}^3$ um 180° um die y-Achse beschreiben. Geben Sie alle reellen Eigenwerte von M an und jeweils einen Eigenvektor. Die Matrix M selbst müssen Sie nicht angeben.

9. Kann man die beiden Fragezeichen so durch Zahlen ersetzen, dass die resultierende Matrix den Defekt 1 hat? Falls ja, geben Sie mögliche Werte an; falls nein, schreiben Sie einen Satz zur Begründung.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & ? \\ 4 & 5 & 6 & ? \end{pmatrix}$$

10. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $\ddot{x} + 9x \stackrel{!}{=} \sin(3t)$.

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{s+3}{s^3+s^2}$ ist.

12. Gegeben ist die Funktion $f(x,y) := \frac{4}{y^2}e^{x-1}$. Betrachten Sie deren Höhenlinie, die durch die Stelle $(x_0|y_0) = (1|2)$ läuft.[c1] Skizzieren Sie diese auf dem Bereich $[-2;2] \times [-2;2]$.

[c1] jl: statt (2|1)