

Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 15. Juli 2016

Jörn Loviscach

Versionsstand: 14. Juli 2016, 22:14



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im \mathbb{R}^2 sind zwei Geraden gegeben: Die Gerade g läuft durch die zwei Punkte $(2|1)$ und $(3|5)$, die Gerade h durch die zwei Punkte $(-1|6)$ und $(4|1)$. Bestimmen Sie den Winkel zwischen beiden, der kleiner als 90° ist (wie auch sonst in dieser Klausur: per Taschenrechner auswertbarer Ausdruck).
2. Geben Sie den Rang dieser Matrix an:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Sind lineare Gleichungssysteme mit dieser Koeffizientenmatrix also immer lösbar?

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} x^2 y$ zur Anfangsbedingung $y(4) \stackrel{!}{=} 5$.
4. Schätzen Sie $\frac{1}{(1,98)^5}$ durch eine quadratische Näherung. (Zahlen im Ergebnis nicht zusammenfassen)
5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_5 für die Funktion f , welche die Periode 3 hat, für $t \in [0;1)$ gleich -2 ist und für $t \in [1;3)$ gleich 7 ist.

6. Hat die Funktion $f(x, y) := (x + y) \cdot \sin(x - y)$ an der Stelle $(x|y) = (\pi | -\pi)$ ein lokales Minimum? Wenn ja, an welcher? Begründen Sie Ihre Antwort mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Kreative Anwendung

7. Ersetzen Sie die beiden Fragezeichen so durch ganze Zahlen, dass diese Determinante gleich 12 ist (keine eindeutige Lösung):

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

8. Betrachten Sie die 2×2 -Matrix, welche die Spiegelung des \mathbb{R}^2 an der Geraden $2x + 3y = 0$ beschreibt. Geben Sie alle Eigenwerte an und jeweils einen Eigenvektor. Die Matrix selbst müssen Sie nicht angeben.
9. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y'' - 3y' + x \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(0) \stackrel{!}{=} 2$, $y'(0) \stackrel{!}{=} 1$.
10. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $\ddot{x} + 8\dot{x} + 16x \stackrel{!}{=} 0$.
11. Geben die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^4 - 1}$ ist. Hinweis: $s^4 - 1 = (s^2 + 1)(s^2 - 1)$.
12. Gegeben sind die beiden Paraboloiden $z_1 = x^2 + y^2$ und $z_2 = 8 - (x^2 + y^2)$. Diese schließen ein Volumen ein. Wie groß ist das?