Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 1. April 2016

Jörn Loviscach

Versionsstand: 31. März 2016, 10:50

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Berechnen Sie diese Determinante:
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y \stackrel{!}{=} \sin(3x)$.

3. Schätzen Sie $\frac{1}{\sqrt[3]{8{,}01}}$ durch quadratische Näherung der Funktion $x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ (Ergebnis nicht zusammenfassen).

4. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_5 und b_5 für die Funktion f, welche die Periode 3 hat, für $t \in [0;1)$ gleich 0 ist, für $t \in [1;2)$ gleich 2 ist und für $t \in [2;3)$ gleich 0 ist.

5. Geben die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{s+5}{s^3+2s}$ ist.

6. Hat die Funktion $f(x,y) := x^2 + xy - 5x + y^2 - 4y + 3$ an irgendeiner Stelle $(x|y) \in \mathbb{R}^2$ ein lokales Minimum? Wenn ja, an welcher? Begründen Sie Ihre Antwort mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^3$ sind die Punkte $A(1|2|3)$ und $B(4|1|2)$ gegeben. Es gibt eine Ebene, so dass die Spiegelung an dieser Ebene den Punkt A zum Punkt B macht. Geben Sie eine Gleichung dieser Ebene an (keine eindeutige Lösung).

8. Geben Sie alle reellen Werte von a an, für die dieses Gleichungssystem eine Lösung $(x|y|z) \in \mathbb{R}^3$ besitzt:

$$\begin{aligned} x+z &= a \\ x+y+2z &= 3 \\ y+z &= 4 \end{aligned}$$

9. Geben Sie alle möglichen reellen Werte von a an, für die diese Matrix *reelle* Eigenwerte besitzt:

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

10. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $(y')^2 \stackrel{!}{=} \frac{x^2}{y}$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 5$.

11. Geben Sie eine Differentialgleichung an, die sowohl die Lösung $y(x) = e^x$ als auch die Lösung $y(x) = e^{2x}$ hat.

12. Integrieren Sie die Funktion $f(x,y) := \sin(x^2 + y^2)$ über die Kreisscheibe mit Radius 2 um den Ursprung. Hinweis: Integration durch Substitution.