Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 17. Juli 2015

Jörn Loviscach

Versionsstand: 16. Juli 2016, 22:55

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer (auch nicht wearable), kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Lösen Sie dieses Gleichungssystem streng mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren:
$$\begin{aligned} x+y-z &= 1\\ 2x+y &= 2\\ 4x+3z &= 3 \end{aligned}$$

2. Rechnen Sie diese Determinante aus:
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 1 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0\\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Lösen Sie die Differentialgleichung $\ddot{x}(t) - x(t) \stackrel{!}{=} t$ zur Anfangsbedingung $x(0) \stackrel{!}{=} 3$, $\dot{x}(0) \stackrel{!}{=} 5$.

4. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' - xy \stackrel{!}{=} 0$ zur Anfangsbedingung $y(3) \stackrel{!}{=} 2$.

5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_5 und b_5 für die Funktion f, welche die Periode 4 hat und für $t \in [-2;2)$ gleich t ist. Symmetrie ausnutzen!

6. Schätzen Sie $e^{\sin(\pi+0{,}01)}$, indem Sie die Funktion $x \mapsto e^{\sin(x)}$ an der Stelle $x_0 = \pi$ quadratisch nähern.

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^2$ ist die Gerade g gegeben, die durch die zwei Punkte $(2|1)$ und $(3|5)$ verläuft. Geben Sie eine Gleichung einer Gerade im $\mathbb{R}^2$ an, welche die Gerade g in einem Winkel von 30° schneidet (keine eindeutige Lösung).

8. Eine 2×2-Matrix hat den Eigenvektor $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ zum Eigenwert 2 und den Eigenvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ zum Eigenwert 0. Geben Sie Bild, Kern, Rang und Defekt der Matrix an.

9. Geben Sie die 2×2-Matrix an, welche die Spiegelung des $\mathbb{R}^2$ an der Geraden $x + 2y = 0$ beschreibt.

10. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y''' - y \stackrel{!}{=} e^x$.

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^4 - s^2}$ ist.

12. Geben Sie eine Rechenvorschrift für eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ an $c1$, deren Gradient an der Stelle $(1|2)$ der Nullvektor ist, die dort aber weder ein lokales Maximum noch ein lokales Minimum hat. Die Funktion soll nicht konstant sein. $c1$jl: nicht nach $\mathbb{R}^2$