Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 3. Februar 2015

Jörn Loviscach

Versionsstand: 3. Februar 2015, 08:50

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht auf ILIAS

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene gegeben, die durch die drei Punkte $(1|2|3)$, $B(2|3|4)$ und $(3|2|3)$ geht. Schneidet diese Ebene die x-Achse? Wenn ja, in welchem Punkt?

2. Bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $\frac{y'}{\cos(x)+1} \stackrel{!}{=} 7$ zur Anfangsbedingung $y(2) \stackrel{!}{=} 3$.

4. Lösen Sie $y' - y \stackrel{!}{=} e^x$ zur Anfangsbedingung $y(0) \stackrel{!}{=} 5$.

5. Schätzen Sie $\sqrt{\cos(0{,}01)}$, indem Sie die Funktion $x \mapsto \sqrt{\cos(x)}$ an der Stelle $x_0 = 0$ quadratisch nähern.

6. Hat die Funktion $f(x,y) := x^2y^2 + 3x^2 + y^2 + 4$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Wenn ja, wo? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Gerade gegeben, die durch die zwei Punkte $(1|2|3)$ und $(4|5|3)$ verläuft. Geben Sie die Gleichung einer Ebene im $\mathbb{R}^3$ an, die diese Gerade senkrecht schneidet (keine eindeutige Lösung).

8. Geben Sie in Zahlen eine 3×3-Matrix an, deren Bild die Ebene $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$ ist (keine eindeutige Lösung).

9. Bestimmen Sie eine spezielle Lösung von $y''' + y \overset{!}{=} x^3$.

10. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_3 und b_3 für die Funktion f, welche die Periode 8 hat und für $t \in [0;8)$ gleich $|4 - t|$ ist. Symmetrie ausnutzen!

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^4+9s^2}$ ist.

12. Gegeben ist die Funktion $f(x, y) := e^{x^2/y}$. Betrachten Sie deren Höhenlinie, die durch die Stelle $(x_0|y_0) = (1|2)$ läuft. Skizzieren Sie diese auf dem Bereich $[-2;2] \times [-2;2]$.