

# Mathematik 2 für Regenerative Energien

## Klausur vom 19. September 2014

Jörn Loviscach

Versionsstand: 18. September 2014, 22:19



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

*Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.*

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht auf ILIAS

### Fingerübungen

1. Im  $\mathbb{R}^3$  ist die Ebene durch die drei Punkte  $(2|1|1)$ ,  $(0|1|2)$  und  $(4|1|0)$  gegeben. Liegt der Punkt  $(5|4|3)$  in dieser Ebene? Rechenweg!
2. Bestimmen Sie die Zahl  $a$  so, dass die folgende Determinante gleich 1 ist. Rechenweg!

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \end{vmatrix}$$

3. Lösen Sie  $y'' + y \stackrel{!}{=} x^2$  zur Anfangsbedingung  $y(0) \stackrel{!}{=} 5$  und  $y'(0) \stackrel{!}{=} 0$ .
4. Lösen Sie  $y' + y \sin(x) \stackrel{!}{=} 0$  zur Anfangsbedingung  $y(1) \stackrel{!}{=} 3$ .
5. Schätzen Sie  $e^{1-\sqrt{0,99}}$  durch quadratische Näherung an der Stelle  $x_0 = 1$ .
6. Betrachten Sie die Funktion  $f(x, y) = \sin(x^2 + y) + \cos(y)$  an der Stelle  $(x_0|y_0) = (0|\pi/4)$ . Liegt dort ein lokales Minimum?

*Bitte wenden!*

### Kreative Anwendung

7. Der Vektor  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  soll um  $180^\circ$  um die Ursprungsgerade gedreht werden, die den Richtungsvektor  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  hat. Berechnen Sie den gedrehten Vektor.
8. Ersetzen Sie die beiden Fragezeichen so durch Zahlen, dass die resultierende Matrix den Rang 2 hat:
- $$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 8 & ? \\ 3 & 6 & 9 & ? \end{pmatrix}$$
9. Für welche reellen Zahlen  $a$  gehen alle Lösungen der Differentialgleichung  $\ddot{x} + a\dot{x} + 10x \stackrel{!}{=} 0$  für  $t \rightarrow \infty$  gegen 0?
10. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten  $c_0$  und  $c_3$  für die Funktion  $f$ , welche die Periode 4 hat und für  $t \in [0; 4)$  gleich  $1 - t$  ist.
11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich  $\frac{7}{s^3 + s^2}$  ist.
12. Eine Kugel im  $\mathbb{R}^3$  hat den Radius 5 und den Mittelpunkt  $(0|0|-4)$ . Bestimmen Sie das Volumen der Menge aller Punkte innerhalb der Kugel oberhalb der  $xy$ -Ebene. Hinweis: Polar- oder Zylinderkoordinaten; Substitution von  $r^2$ .