Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 4. Juli 2014

Jörn Loviscach

Versionsstand: 3. Juli 2014, 23:09

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene durch die drei Punkte (0|1|2), (1|2|3) und (3|2|4) gegeben. Geben Sie die Gleichung einer Geraden an, die zu dieser Ebene senkrecht ist.

2. Bestimmen Sie y (und *nur* y!) mit dem Cramer-Verfahren:

$$\begin{aligned} x-u &= 1\\ 2x+y &= 2\\ 4y+3z &= 3\\ x+2y+u &= 4 \end{aligned}$$

3. Bestimmen Sie Kern und Defekt der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Lösen Sie $y' \stackrel{!}{=} \frac{\sin(x)}{y}$ zur Anfangsbedingung $y(2) \stackrel{!}{=} 3$.

5. Schätzen Sie $\frac{1}{\cos(0{,}01)}$, indem Sie die Funktion $x \mapsto \frac{1}{\cos(x)}$ an der Stelle $x_0 = 0$ quadratisch nähern.

6. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{3}{s^2+s-2}$ ist.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Die Matrix $\begin{pmatrix} 7/9 & -4/9 & -4/9 \\ -4/9 & 1/9 & -8/9 \\ -4/9 & -8/9 & 1/9 \end{pmatrix}$ beschreibt eine Spiegelung an einer Ebene im $\mathbb{R}^3$. Geben Sie eine Gleichung für diese Ebene an.

8. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $y' + y - e^{-x} \overset{!}{=} 0$.

9. Geben Sie eine Differentialgleichung zweiter Ordnung an, für die sowohl $y_1(x) = e^x$ wie auch $y_2(x) = e^{-x}$ Lösungen sind.

10. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_0 und b_5 für die Funktion f, welche die Periode 6 hat, für $t \in [0;4)$ gleich -1 ist und für $t \in [4;6)$ gleich 1 ist.

11. Die Funktion $f(u,v,w) = u^2vw + u$ ist gegeben. Schätzen Sie $f(1{,}01;2{,}02;2{,}99)$ durch lineare Näherung von f an $(u_0|v_0|w_0) = (1|2|3)$.

12. Gegeben sind die beiden Paraboloide

$$f(x,y) = 3(x^2 + y^2) - 3$$

und

$$g(x,y) = x^2 + y^2 - 4.$$

Bestimmen Sie das Volumen zwischen beiden Paraboloiden unterhalb der xy-Ebene.