Mathematatik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 25. September 2013

Jörn Loviscach

Versionsstand: 25. September 2013, 17:37

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in ILIAS

Fingerübungen

1. Bestimmen Sie x mit dem Cramer-Verfahren aus diesem Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcl} x - z &=& 1 \\ 2x + y &=& 2 \\ 4y + 3z &=& 3 \end{array}$$

2. Geben Sie von der Matrix $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ zwei Eigenvektoren an, die nicht parallel zueinander sind (keine eindeutige Lösung).

3. Geben Sie eine *spezielle* Lösung der Differentialgleichung $y' + 3y \stackrel{!}{=} \sin(x)$ an.

4. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) := (\ln(x))^2$ an der Stelle $x_0 = e$ bis zur zweiten Ordnung nach Taylor.

5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_2 für die Funktion f, welche die Periode 3 hat, für $t \in [0;2)$ gleich 0 ist und für $t \in [2;3)$ gleich t ist.

6. Hat die Funktion $f(x,y) := (4x - x^2)e^{y^2-2y}$ irgendwo für $x, y \in \mathbb{R}$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene gegeben, die durch die drei Punkte $A(2|2|1)$, $B(4|5|2)$ und $C(3|3|4)$ geht. Geben Sie die Gleichung einer Geraden im $\mathbb{R}^3$ an, die diese Ebene *nicht* schneidet.

8. Ersetzen Sie die Fragezeichen so durch Zahlen, dass die Matrix

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \boxed{?} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \boxed{??} \end{pmatrix}$$

eine Spiegelung an einer Achse durch den Ursprung beschreibt.

9. Finden Sie die Lösung $y(x)$ der Differentialgleichung $\frac{y}{y'} \stackrel{!}{=} x$ zur Anfangsbedingung $y(5) \stackrel{!}{=} 2$.

10. Gibt es Lösungen der Differentialgleichung $y'' + 6y' + 10y \stackrel{!}{=} 420$, die für $x \to \infty$ gegen null gehen? Begründung!

11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^3+5s}$ ist.

12. Bestimmen Sie das Volumen zwischen der Kreisscheibe mit Radius 5 um den Ursprung in der xy-Ebene und der Fläche $z = 1 + \cos(x^2 + y^2)$. Hinweis: Integration teilweise durch Substitution.