

# Mathematik 2 für Regenerative Energien

## Klausur vom 3. Juli 2013

Jörn Loviscach

Versionsstand: 2. Juli 2013, 23:52



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

*Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.*

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in ILIAS

### Fingerübungen

1. Im  $\mathbb{R}^3$  ist die Ebene durch die Punkte  $A(1|2|3)$ ,  $B(3|4|5)$  und  $C(5|5|5)$  gegeben. Bestimmen Sie die Schnittmenge dieser Ebene mit der  $xy$ -Ebene.
2. Rechnen Sie aus:
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$
3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung  $\frac{y'}{x^2+1} \stackrel{!}{=} 5$  zur Anfangsbedingung  $y(3) \stackrel{!}{=} 2$ .
4. Schätzen Sie  $\sqrt[5]{1,01}$  durch eine lineare Näherung und bestimmen Sie eine Schranke für den Fehler.
5. Bestimmen Sie den Fourier-Koeffizienten  $b_4$  für die Funktion  $f$ , welche die Periode 6 hat, für  $t \in [0;3)$  gleich 2 ist und für  $t \in [3;6)$  gleich  $-2$  ist.
6. Hat die Funktion  $f(x, y) := e^{x^2+xy+y^2}$  irgendwo für  $x, y \in \mathbb{R}$  ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

*Bitte wenden!*

### Kreative Anwendung

7. Hat dieses Gleichungssystem (abhängig von  $a, b, c$ ) typischerweise mindestens eine Lösung  $(x|y|z)$  oder nicht?

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= a \\y + z &= b \\3x - y + 2z &= c\end{aligned}$$

8. Eine  $2 \times 2$ -Matrix hat den Eigenvektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  zum Eigenwert 2 und den Eigenvektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  zum Eigenwert 3. Bestimmen Sie die vier Einträge der Matrix.
9. Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung  $y'' + 2y' + y \stackrel{!}{=} 1$  an.
10. Was muss für die reelle Zahl  $a$  gelten, damit alle Lösungen der Differentialgleichung  $y'' + ay' + 3y \stackrel{!}{=} 0$  für  $x \rightarrow \infty$  abklingende sinusförmige Schwingungen sind?
11. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich  $\frac{s+1}{s^3}$  ist.
12. In der  $xy$ -Ebene ist die Kreisscheibe mit Radius 3 um den Ursprung gegeben. Betrachten Sie deren rechte Hälfte, das heißt, deren Punkte mit  $x > 0$ . Bestimmen Sie das Volumen zwischen dieser halben Kreisscheibe und der Fläche  $z = \frac{x}{x^2+y^2}$ .