Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 19. September 2013

Jörn Loviscach

Versionsstand: 18. September 2013, 22:57



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/ or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name

Fingerübungen

- 1. Finden Sie alle reellen Zahlen x, die $\sqrt[3]{5^{x+7}+3}=2$ erfüllen.
- 2. Lösen Sie die Ungleichung $2x \le |x-7|$ für $x \in \mathbb{R}$ rechnerisch.
- 3. Eine Seite eines Dreiecks hat die Länge 5. Der Winkel ihr gegenüber beträgt 30°. Eine weitere Seite hat die Länge 7. Bestimmen Sie die Länge der dritten Seite. Ist diese Länge durch diese Angaben eindeutig festgelegt?
- 4. Geben Sie alle komplexen Zahlen z an, welche die Gleichung $z^4 2z^2 + 1 = 0$ erfüllen. Schreiben Sie jede davon als a + bi mit reellen Zahlen a und b.
- 5. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine "Formel") für die Ableitung der Funktion

$$x \mapsto \left(e^x \ln(\sin x)\right)^3$$

6. Folgendes ist eine Zufallsgröße: Man wirft zwei ideale Münzen und zählt, ob keine, eine oder beide auf "Kopf" fallen. Bestimmen Sie die Standardabweichung dieser Zufallsgröße.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

- 7. Geben Sie eine Rechenvorschrift (also eine "Formel") für eine rationale Funktion an, die für $x \to \pm \infty$ die Asymptote $y = x^2$ hat, eine einfache Nullstelle bei x = 1 hat und eine doppelte Polstelle bei x = 2 hat (keine eindeutige Lösung).
- 8. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto 2\sin(|x|) 1$ auf dem Intervall $x \in [-\pi; \pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.
- 9. Hat $x \mapsto x^3 \ln(x^4)$ für $x \downarrow 0$ einen Grenzwert? Wenn ja, welchen? Hinweis: Setzen Sie $x = e^{-u}$ und benutzen Sie, dass die Exponentialfunktion schneller wächst als jede Potenzfunktion.
- 10. Berechnen Sie mit mehrfacher partieller Integration:

$$\int_0^{2\pi} x^2 \cos(x) \, dx$$

- 11. Der Ausdruck $(a+b-c-d)^{10}$ wird ausmultipliziert zu $a^{10}+b^{10}+10a^9b+\cdots+?$ $a^3b^4c^3+\cdots$. Welche Zahl steht als Faktor vor $a^3b^4c^3$?
- 12. Bestimmen Sie die Zahl a so, dass Funktionskurve von $y=x^{3/2}$ zwischen x=0 und x=a die Länge 1 hat.