Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 19. September 2012

Jörn Loviscach

Versionsstand: 19. September 2012, 02:09

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in ILIAS

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^2$ sind zwei Geraden gegeben: die erste läuft durch die Punkte $A(1|2)$ und $B(3|4)$, die zweite durch die Punkte $C(2|3)$ und $D(5|5)$. Bestimmen Sie, in welchem Winkel sich diese Geraden schneiden. (Rechnung, nicht aus Zeichnung ablesen!)

2. Bestimmen Sie einen Eigenvektor der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. (Keine eindeutige Lösung)

3. Geben Sie die *allgemeine* Lösung der Differentialgleichung $y'' + 2y \stackrel{!}{=} 1$ an.

4. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} \sqrt{x(y+1)}$ zur Anfangsbedingung $y(2) \stackrel{!}{=} 5$.

5. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{s-1}{s^3+s}$ ist.

6. Hat die Funktion $f(x,y) := x^2 + 2xy + 6x + y^3 + y^2 - 3y$ irgendwo für $x, y \in \mathbb{R}$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Geben Sie eine 2×2-Matrix M an (keine eindeutige Lösung), so dass für das Produkt dieser Matrix mit sich selbst gilt:

$$MM = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Geben Sie die reelle Zahl a so an, dass diese Determinante null wird:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

9. Schätzen Sie $\sin(3 - \sqrt{9{,}01})$ durch eine quadratische Näherung. Hinweis: $\sin(3 - \sqrt{9})$ ist einfach zu berechnen.

10. Gehen alle Lösungen der Differentialgleichung $y''' + y' \stackrel{!}{=} 0$ für $x \to \infty$ gegen null? Begründung! (Vorsicht: Differentialgleichung dritter Ordnung.)

11. Bestimmen Sie die komplexen Fourier-Koeffizienten c_0 und c_5 für die Funktion f, welche die Periode 3 hat, für $t \in [0;2)$ gleich t ist und für $t \in [2;3)$ gleich 0 ist.

12. Bestimmen Sie das Volumen zwischen der Kreisscheibe mit Radius 4 um den Ursprung in der xy-Ebene und der Fläche $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 3}$. Hinweis: Integration durch Substitution.