Mathematik 1 für Regenerative Energien

Klausur vom 4. Juli 2012

Jörn Loviscach

Versionsstand: 3. Juli 2012, 23:53

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Finden Sie alle reellen Zahlen x, die $\sqrt[3]{5^{x+2}+1} = 2$ erfüllen.

2. Die Seiten eines Dreiecks haben die Längen 4 und 5 und 6. Bestimmen Sie seine Fläche. Ist die durch diese Angaben eindeutig festgelegt?

3. Geben Sie alle komplexen Zahlen z an, welche die Gleichung $z^4 = i\,z^2$ erfüllen. Schreiben Sie jede davon als $a + bi$ mit reellen Zahlen a und b.

4. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion
$$x \mapsto \exp\left(\frac{\sin(x)}{\sqrt{x}}\right) \quad \text{für } x \in \mathbb{R}^+.$$

5. Bestimmen Sie $\int_3^5 x^2 \ln(x)\,dx$ mittels partieller Integration.

6. Man hat eine Lieferung von 100.000 elektronischen Bauteilen. Man weiß, jedes davon ist unabhängig von den anderen mit der Wahrscheinlichkeit 10^{-6} defekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein einziges Bauteil der Lieferung defekt ist?

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Die Zahl von Bakterien in einer Petrischale betrage zu Beginn 1000 und 24 Stunden später 10000. Wie hoch sollte die Zahl eine Stunde nach Beginn gewesen sein, wenn man exponentielles Wachstum annimmt?

8. Schreiben Sie die rationale Funktion $\frac{x+1}{x^2+x^3}$ mit Hilfe von Partialbrüchen.

9. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto |2\sin(x)+1|-1$ auf dem Intervall $x \in [0;2\pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen.

10. Lösen Sie die Ungleichung $|x| \geq (x+1)^2$ für $x \in \mathbb{R}$ rechnerisch.

11. Drei ideale Münzen werden geworfen. Die Zufallsgröße X soll sein, wie viele der Münzen auf „Kopf" fallen. Bestimmen Sie die Standardabweichung dieser Zufallsgröße.

12. Existiert folgender Grenzwert? Wenn ja, geben Sie ihn an (keine Begründung nötig).
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{e^{-n}+2n^4+n^3}}{n+5n^2+7\sin(n)}$$