Mathematik 2 für Regenerative Energien

Klausur vom 30. Januar 2012

Jörn Loviscach

Versionsstand: 29. Januar 2012, 18:31

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene gegeben, die durch die drei Punkte $A(3|2|1)$, $B(4|3|1)$ und $C(5|3|2)$ verläuft. Enthält diese Ebene den Ursprung? Rechenweg!

2. Im $\mathbb{R}^3$ spannen die beiden Vektoren $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ein Parallelogramm auf. Wie groß ist dessen Flächeninhalt?

3. Finden Sie die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} \frac{x^2}{\sqrt{y+1}}$ zur Anfangsbedingung $y(2) \stackrel{!}{=} 3$.

4. Geben Sie die Funktion an, deren Laplace-Transformierte gleich $\frac{1}{s^2-4}$ ist.

5. Schätzen Sie den Wert der Funktion $f(x,y) = \sqrt{x^2+y}$ an der Stelle $(x|y) = (2{,}03|4{,}94)$ mit Hilfe des Gradienten an der Stelle $(x_0|y_0) = (2|5)$.

6. Integrieren Sie die Funktion $f(x,y) := x$ über die Menge $\{(x|y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x^2 + y^2 \leq 9\}$.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Ein Dreieck im $\mathbb{R}^2$ habe die Eckpunkte $A(1|2)$, $B(5|3)$ und $C(2|4)$. Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Mittelsenkrechte der Seite AB mit der Mittelsenkrechte der Seite BC. (Rechnung, nicht aus Zeichnung ablesen!)

8. Gesucht sind eine 5×4-Matrix A mit Rang 3 und eine 4×3-Matrix B mit Rang 1 der Art, dass das Matrixprodukt AB gleich der Nullmatrix ist. Geben Sie mögliche Matrizen A und B an (keine eindeutige Lösung).

9. Lösen Sie die Gleichung $x \cdot (2 + \sin(x)) = \frac{1}{10}$ näherungsweise, indem Sie die quadratische Schmiegeparabel an die Funktion $x \mapsto x \cdot (2 + \sin(x))$ an der Stützstelle $x_0 = 0$ benutzen.

10. Beschreiben Sie, wie sich die Lösungen dieser Differentialgleichung für $x \to \infty$ verhalten: $y'' - 4y' - 5y \stackrel{!}{=} 0$.

11. Geben Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y''' - y \stackrel{!}{=} e^x$ an (keine eindeutige Lösung; dritte Ableitung beachten).

12. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_0 und c_2 für die Funktion f, welche die Periode 2 hat und für $t \in [-1; 1)$ gleich $|t|$ ist.