Mathematik I für Regenerative Energien

Klausur vom 27. Juni 2011

Jörn Loviscach

Versionsstand: 19. Januar 2012, 22:43

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunkt[c1]zahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal vier einseitig oder zwei beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

[c1] *text added by jl*

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Lösen Sie nach $x \in \mathbb{R}$ auf: $\sqrt{\log_3(9+3^{x+2})} = 2$
2. Ein Dreieck hat zwei Seiten mit der Länge 5 und eine Seite mit der Länge 4. Bestimmen Sie seine Fläche.
3. Gegeben ist die rationale Funktion $x \mapsto \frac{x^3-4x^2+4x}{x^2-5x+6}$. Bestimmen Sie deren Nullstellen (falls vorhanden) und Polstellen (falls vorhanden).
4. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel") für die Ableitung der Funktion
$$x \mapsto \left(\frac{\sin(x)}{e^x}\right)^3 \text{ für } x \in \mathbb{R}.$$
5. Bestimmen Sie mittels Substitution:
$$\int_4^9 \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$$
6. Man hat zwei Münzen: eine ideale Münze mit $P(\text{Kopf}) = \frac{1}{2}$ und eine nicht-ideale Münze mit $P(\text{Kopf}) = \frac{3}{7}$. Beide werden gleichzeitig geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses: Eine der Münzen fällt dabei auf Kopf, die andere auf Zahl. Rechenweg!

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $x \mapsto 1 - 2(\sin(x/2))^2$ auf dem Intervall $x \in [0; 2\pi]$. Markieren Sie die Einheiten auf den Achsen. Hinweis: Der Einfachheit halber können Sie zusätzlich $x \mapsto \sin(x/2)$ usw. skizzieren.

8. Geben Sie alle komplexen Zahlen z an, welche die Gleichung $z^5 = z^2$ erfüllen.[c1] Schreiben Sie jede davon als $a + bi$ mit reellen Zahlen a und b. (Bei einigen der Zahlen bleiben a und b als Formeln stehen.)

   [c1] jl: z^2 statt z^3

9. Lösen Sie die Ungleichung $|x - 1| \leq 3x + 4$ für $x \in \mathbb{R}$ rechnerisch.

10. Begründen Sie mit Hilfe der Ableitung, dass der Graph der Funktion $x \mapsto x^3 + 2x + 5$ für $x \in \mathbb{R}$ nur einen einzigen Schnittpunkt mit der x-Achse hat.

11. Gegeben ist die obere Hälfte der Kreisscheibe mit Radius 1 um den Umsprung des $\mathbb{R}^2$. Bestimmen Sie die y-Koordinate von deren Schwerpunkt.

12. Eine kontinuierliche Zufallsgröße X nimmt gleichförmig alle Werte von $-a$ bis a an, wobei $a \in \mathbb{R}^+$ eine zunächst unbekannte Zahl ist. Bestimmen Sie a so, dass die Standardabweichung von X gleich 1 ist.