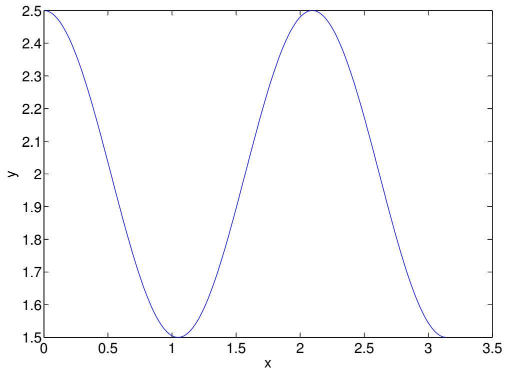
Lösungen 4

1. (a) $\approx 0{,}17$ rad
   (b) $\approx 57{,}3°$
   (c) $\approx 25{,}6$ gon
2. Die Kurve:



3. $y = 2 - 2\cos(3x)$
4. (a) $\sin(75°) = \sin(30° + 45°) = \cos(30°)\sin(45°) + \sin(30°)\cos(45°) = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$
   (b) $\cos(15°) = \sin(75°)$, also wie in der vorigen Teilaufgabe
   (c) $\sin(15°) = \sqrt{1 - \cos^2(15°)}$, mit Plus vor der Wurzel, weil $\sin(15°)$ offensichtlich positiv ist. Mit $\cos(15°)$ aus der vorigen Teilaufgabe ergibt das $\sin(15°) = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}}$
5. Cosinussatz: $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(30°)} \approx 2{,}05$. Mit der Eindeutigkeit hat man beim Cosinussatz keine Probleme.
6. Fläche $= \frac{1}{2}ab\sin(30°) = 3$
7. Sinussatz: Der gesuchte Winkel ist $\arcsin\left(\frac{4}{5}\sin(30°)\right) = \arcsin\left(\frac{2}{5}\right) \approx 23{,}6°$. Das ist eindeutig, weil die kürzere Seite gegenüberliegt.
8. Sinussatz: Für den gesuchten Winkel γ gilt $\sin(\gamma)/c = \sin(45°)/b$. Der Winkel γ ist hier nicht eindeutig bestimmt. Die erste Möglichkeit ist $\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{5}{4}\sin(45°)\right) \approx 62{,}1°$, die zweite ist $\gamma_2 = 180° - \gamma_1 \approx 117{,}9°$.
9. Sinussatz: $\sin(45°)/b = \sin(\alpha)/a$, wobei $\alpha = 180° - 45° - 75° = 60°$. Damit ist $b = 4\frac{\sin(45°)}{\sin(60°)} \approx 3{,}3$. Das ist eindeutig, weil alle Winkel bekannt sind.
10. Der Mittelpunkt des Innenkreises ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden. Betrachten wir das Dreieck, das von der Seite a und den Winkelhalbierenden der Winkel β und γ gebildet wird. Dessen Höhe auf die Seite a ist der gesuchte Radius r. Sei a_1 das von der Höhe abgeteilte Stück von a am Winkel β und a_2 das von der Höhe abgeteilte Stück von a am Winkel γ. Dann gilt für die Höhe und damit den Radius: $r = \tan(22{,}5°)a_1 = \tan(37{,}5°)a_2$. Außerdem muss $a_1 + a_2 = a = 4$ sein. Also ist $r = \frac{4\tan(22{,}5°)\tan(37{,}5°)}{\tan(22{,}5°)+\tan(37{,}5°)} \approx 1{,}1$.