

# Seminar 9

Jörn Loviscach

Versionsstand: 29. November 2010, 21:56



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

1. Gegeben sind die Funktionen  $f : x \mapsto (e^x + e^{-x})/2$  und  $g : x \mapsto (e^x - e^{-x})/2$ .
  - (a) Skizzieren Sie diese.
  - (b) Zeigen Sie:  $f(0) = 1$  und  $g(0) = 0$ .
  - (c) Zeigen Sie:  $f$  ist gerade und  $g$  ist ungerade.
  - (d) Zeigen Sie:  $(f(x))^2 - (g(x))^2 = 1$  für alle reellen Zahlen  $x$ .
  - (e) Zeigen Sie:  $f' = g$  und  $g' = f$ .
  - (f) Zeigen Sie:  $f(x + y) = f(x)f(y) + g(x)g(y)$  für alle reellen Zahlen  $x$  und  $y$ .
  - (g) Geben Sie an, inwiefern Ähnlichkeiten zu Sinus und Cosinus bestehen.
  
2. Gegeben ist die Funktion  $h : x \mapsto (1 - e^{-x})/(1 + e^{-x})$ .
  - (a) Zeigen Sie, dass diese Funktion ungerade ist.
  - (b) Untersuchen Sie das asymptotische Verhalten von  $h(x)$  für  $x \rightarrow \pm\infty$ .
  - (c) Skizzieren Sie  $h$ .
  - (d) Wie hängt  $h$  mit den beiden Funktionen der vorigen Aufgabe zusammen?
  - (e) Ist  $h$  umkehrbar? Falls ja, geben Sie eine Rechenvorschrift für die Umkehrfunktion an.