

# Praktikum 5

Jörn Loviscach

Versionsstand: 29. Oktober 2010, 00:08



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Germany License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de/> or send a letter to Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California, 94105, USA.

1. Was ist der maximale Definitionsbereich  $D \subset \mathbb{R}$  für die Rechenvorschrift  $x \mapsto \tan(x + 1)$ ?
2. Die Funktion  $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$  ist definiert durch  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 1$  und  $f(n + 2) = f(n) + f(n + 1)$  für alle  $n \in \mathbb{N}^+$ . Berechnen Sie  $f(7)$ .
3. Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  ist durch  $x \mapsto e^{(x^3)}$  gegeben. Warum ist diese Funktion umkehrbar? Was ist ihre Umkehrfunktion?
4. Seminaufgabe: Gegeben ist die Funktion  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  mit der Rechenvorschrift  $x \mapsto \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$ . Wie verhält sich diese Funktion einerseits für  $x$  dicht an 0 und andererseits für sehr große  $x$ ? Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf dieser Funktion.

Bestimmen Sie die Bildmenge dieser Funktion. Untersuchen Sie dazu, für welche Zahlen  $a \in \mathbb{R}^+$  die Gleichung  $\frac{x}{2} + \frac{1}{x} = a$  lösbar ist.

Was ist der also der kleinste Funktionswert? Für welches  $x$  nimmt die Funktion diesen kleinsten Wert an? Verbessern Sie mit diesen Informationen die Skizze des Funktionsgraphen.

Begründen Sie, dass sich  $f^n(x_0)$  für jedes  $x_0 \in \mathbb{R}^+$  mehr und mehr an  $\sqrt{2}$  annähert, je größer man  $n$  wählt.

Zusatzaufgabe für Fortgeschrittene: Geben Sie eine Rechenvorschrift für  $f^2$  an. Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf von  $f^2$ .