

# Reellwertige Funktionen mehrerer Veränderlicher

Jörn Loviscach

Versionsstand: 21. Juni 2010, 18:04

Die nummerierten Felder sind absichtlich leer, zum Ausfüllen in der Vorlesung.

Videos dazu: <http://www.youtube.com/joernloviscach>

## 1 Ideen und Darstellungsverfahren

Die übliche Vorstellung, die man von einer (reellwertigen) Funktion zwei (reeller) Unabhängiger hat, ist die eines Gebirges. In MATLAB® und Co. sieht das so aus:

```
x = -3:.1:3;
y = -3:.1:3;
[xx,yy] = meshgrid(x,y);
z = xx.^2.+0.3*yy.^3;
surf(x,y,z)
colorbar
```

Wenn man senkrecht von oben auf die Landkarte blickt, kann man sich mit der reinen Einfärbung behelfen:

```
imagesc(z)
colorbar
```

c1

Eine Alternative sind Höhenlinien (allgemein als Isolinien oder Äquipotentiallinien bezeichnet):

c1jl: imagesc(x,y,z)  
zeigt auch die  
richtigen Einheiten  
an den Achsen.

```
contour(z)
colorbar
```

c2

Technisch tauchen Funktionen mehrerer Unabhängiger gerne als Kennlinienfeld [family of characteristics] auf:

c2jl: contour(x,y,z)  
zeigt auch die  
richtigen Einheiten  
an den Achsen.

```
x = -3:.1:3;
hold on
for y=-3:.5:3
    z = x.^2.+0.3*y.^3;
    plot(x,z)
    i=randi(length(x));
    text(x(i),z(i),['y=',num2str(y)])
end
```

## 2 Formales

Eine Funktion  $f$  von  $n$  Veränderlichen ordnet jedem Punkt  $\mathbf{x}$  aus einem Definitionsbereich [domain]  $D \subseteq \mathbb{R}^n$  genau einen Wert  $f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$  zu. Die Menge der tatsächlich dabei vorkommenden Werte  $f(\mathbf{x})$  heißt Bild [image] der Funktion  $f$ , kurz  $f(D)$ , oder (missverständlich) Wertebereich der Funktion  $f$ . (Es gibt in der Literatur eine Verwirrung der Begriffe Wertebereich und Wertevorrat [beides: range]. Eindeutig ist, vom „Bild“ zu reden und die Menge der hypothetisch möglichen Werte als Zielmenge [codomain] zu bezeichnen.)

Grafisch:

---

|