

# Mathematik 2 für Regenerative Energien

## Klausur vom 5. Juli 2010

Jörn Loviscach

Versionsstand: 4. Juli 2010, 20:31

*Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.*

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in Mailingliste

### Fingerübungen

1. Im  $\mathbb{R}^3$  ist die Ebene durch die drei Punkte  $A(1|2|3)$ ,  $B(2|0|1)$  und  $C(0|2|1)$  gegeben. Schneidet diese Ebene die  $x$ -Achse? Wenn ja, wo? Rechnen, nicht aus einer Skizze ablesen!
2. Bestimmen Sie alle *reellen* Eigenwerte dieser Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Finden Sie eine *spezielle* Lösung der Differentialgleichung  $y'' + y' = \cos(3x)$ .
4. Finden Sie durch Trennung der Variablen die Lösung der Differentialgleichung  $y' \stackrel{!}{=} \frac{e^y}{x^2}$  zur Anfangsbedingung  $y(7) \stackrel{!}{=} 3$ .
5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten  $a_5$  und  $b_5$  für die Funktion  $f$ , welche die Periode 4 hat, für  $t \in (1;3)$  gleich eins ist und für  $t \in [0;1]$  sowie für  $t \in [3;4)$  gleich null ist. Symmetrie ausnutzen!
6. Hat die Funktion  $f(x, y) := 3x^2 + 3y^2 - 2x^3 - 2y^3 + x^2y$  an der Stelle  $(x_0|y_0) = (0|1)$  ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

*Bitte wenden!*

### Kreative Anwendung

7. Die Funktion  $y$  erfüllt die Differentialgleichung  $\dot{y} + 5y = \sin(4t)$  mit  $\dot{y}(0) = 2$  und  $y(0) = 3$ . Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte  $Y$  der Funktion  $y$ .
8. Kann es einen Vektor  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$  geben, so dass dies für das Kreuzprodukt gilt?

$$\mathbf{a} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Falls ja, geben Sie einen solchen Vektor  $\mathbf{a}$  an. Falls nein: Begründung!

9. Geben Sie alle Vektoren  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  an, die diese Gleichung erfüllen:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Wie groß sind also der Defekt und der Rang der Matrix in dieser Gleichung?

10. Finden Sie die *allgemeine* Lösung der Differentialgleichung  $y''' \stackrel{!}{=} y$ .
11. Schätzen Sie den Wert von  $\sqrt[3]{11}$  mit Hilfe der Schmiegeparabel an die kubische Wurzelfunktion an  $x_0 = 8$ .
12. Gegeben ist das Paraboloid  $z = 4 - x^2 - y^2$ . Die  $xy$ -Ebene schneidet eine Kappe davon ab. Bestimmen Sie das Volumen dieser Kappe.

