Mathematik 2 für Elektrotechnik

Klausur vom 5. Juli 2010

Jörn Loviscach

Versionsstand: 4. Juli 2010, 20:34

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunkzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: maximal acht einseitig oder vier beidseitig beschriftete DIN-A4-Spickzettel beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Skript, keine andere Formelsammlung, kein Taschenrechner, kein Computer, kein Handy.

Name	Vorname	Matrikelnummer

Fingerübungen

1. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene durch die drei Punkte $A(1|2|3)$, $B(2|0|1)$ und $C(0|2|1)$ gegeben. Schneidet diese Ebene die x-Achse? Wenn ja, wo? Rechnen, nicht aus einer Skizze ablesen!

2. Bestimmen Sie alle *reellen* Eigenwerte dieser Matrix:
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Finden Sie eine *spezielle* Lösung der Differentialgleichung $y'' + y' = \cos(3x)$.

4. Finden Sie durch Trennung der Variablen die Lösung der Differentialgleichung $y' \stackrel{!}{=} \frac{e^y}{x^2}$ zur Anfangsbedingung $y(7) \stackrel{!}{=} 3$.

5. Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten a_5 und b_5 für die Funktion f, welche die Periode 4 hat, für $t \in (1;3)$ gleich eins ist und für $t \in [0;1]$ sowie für $t \in [3;4)$ gleich null ist. Symmetrie ausnutzen!

6. Hat die Funktion $f(x, y) := 3x^2 + 3y^2 - 2x^3 - 2y^3 + x^2 y$ an der Stelle $(x_0|y_0) = (0|1)$ ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum oder kein lokales Extremum? Begründen Sie das mit den ersten und zweiten Ableitungen.

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z = 2 + e^{j\phi}$ für alle Winkel $\phi \in [0, 2\pi)$. Zeigen Sie, dass der Kehrwert $1/z$ jeder dieser Zahlen z auf einer Kreislinie mit Radius 1/3 um dem Mittelpunkt 2/3 liegt.

8. Kann es einen Vektor $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$ geben, so dass dies für das Kreuzprodukt gilt?

$$\mathbf{a} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Falls ja, geben Sie einen solchen Vektor **a** an. Falls nein: Begründung!

9. Geben Sie alle Vektoren $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ an, die diese Gleichung erfüllen:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Wie groß sind also der Defekt und der Rang der Matrix in dieser Gleichung?

10. Finden Sie die *allgemeine* Lösung der Differentialgleichung $y''' \stackrel{!}{=} y$.

11. Schätzen Sie den Wert von $\sqrt[3]{11}$ mit Hilfe der Schmiegeparabel an die kubische Wurzelfunktion an $x_0 = 8$.

12. Gegeben ist das Paraboloid $z = 4 - x^2 - y^2$. Die xy-Ebene schneidet eine Kappe davon ab. Bestimmen Sie das Volumen dieser Kappe.