Mathematik II für Regenerative Energien

Klausur vom 15. März 2010

Jörn Loviscach

Versionsstand: 14. März 2010, 22:47

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunkzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: vier einseitig oder zwei doppelseitig beschriftete Blätter Formelsammlung beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Taschenrechner oder Computer; kein Skript; keine andere Formelsammlung.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse

Fingerübungen

1. Bestimmen Sie den Betrag der komplexen Zahl $\frac{2-2j}{1+j}$.

2. Im $\mathbb{R}^3$ ist die Ebene durch die Punkte $A(2|1|3)$, $B(4|2|3)$ und $C(5|3|1)$ gegeben. Bestimmen Sie $z \in \mathbb{R}$ so, dass auch der Punkt $D(1|2|z)$ in dieser Ebene liegt.

3. Rechnen Sie aus: $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

4. Die Matrix $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -1 & 5 & 3 \\ 2 & -2 & 8 \end{pmatrix}$ hat den Eigenwert 4. Finden Sie einen Eigenvektor dazu (keine eindeutige Lösung).

5. Geben Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades (= Schmiegeparabel) für die Funktion $f(x) := \frac{1}{x}$ bei Entwicklung an der Stelle $x_0 = 3$ an.

6. Geben Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y'' + y = x^5$ an (Lösung nicht eindeutig).

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Kann die Matrix
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \boxed{?} \\ \boxed{??} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$
eine Drehung um den Ursprung beschreiben, wenn man die fehlenden Zahlen passend ergänzt? Begründung!

8. Die durch $x+3y=8$ beschriebene Gerade im $\mathbb{R}^2$ wird um zwei Einheiten nach rechts und um eine Einheit nach oben geschoben. Geben Sie eine Gleichung für die verschobene Gerade an.

9. An welchen Punkten $(x|y) \in \mathbb{R}^2$ hat die Funktion $f(x,y) := x^2+2y^2+2xy+y+7$ eine horizontale Tangentialebene?

10. Wie verhalten sich die Lösungen der Differentialgleichung $y''-4y'+13y=0$ für $x \to \infty$? (Schwingend? Abklingend? Aufschaukelnd? Mehreres davon?)

11. Lösen Sie die Differentialgleichung $(x+1)y' \overset{!}{=} y$ zu der Anfangsbedingung $y(3) \overset{!}{=} 5$.

12. Bestimmen Sie den komplexen Fourier-Koeffizienten c_1 für die Funktion f, welche die Periode 2 hat und für $0 \le t < 2$ durch $f(t) := (t-1)^2$ gegeben ist. Hinweis: zweifache partielle Integration.