

Seminar 12

Jörn Loviscach

Versionsstand: 20. Dezember 2009, 10:53

1. Finden Sie die Ableitung des Tangens mit Hilfe der Quotientenregel. Vereinfachen Sie mit Pythagoras.
2. Es gilt $\tan(\arctan(x)) = x$ für alle $x \in \mathbb{R}$. (Gilt das auch umgekehrt für $\arctan(\tan(x))$?) Leiten Sie beide Seiten dieser Gleichung ab, um die Ableitung des Arcustangens zu finden. Vereinfachen Sie mit Pythagoras.
3. Begründen Sie mit Hilfe der vorigen Aufgabe, dass

$$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx.$$

Verwandeln Sie dann den Integranden in eine Potenzreihe, mittels $\frac{1}{1-a} = 1 + a + a^2 + \dots$ für $|a| < 1$. Berechnen Sie damit das Integral. Als welcher Grenzwert lässt sich π folglich finden?