

Mathematik I für Regenerative Energien

Klausur vom 1. Februar 2010

Jörn Loviscach

Versionsstand: 1. Februar 2010, 10:24

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: vier einseitig oder zwei doppelseitig beschriftete Blätter Formelsammlung beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Taschenrechner oder Computer; kein Skript; keine andere Formelsammlung.

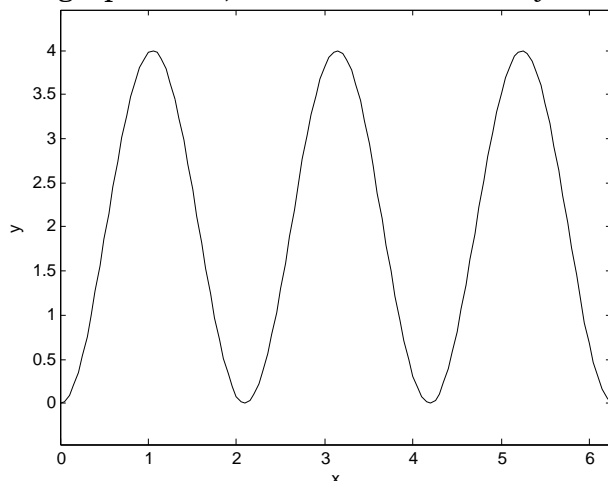
| Name | Vorname | Matrikelnummer | E-Mail-Adresse, falls nicht in Mailingliste |
|------|---------|----------------|---|
| | | | |

Fingerübungen

1. Lösen Sie nach $x \in \mathbb{R}$ auf: $\sqrt[3]{e^x + 5} = 2$.
2. Ein Graph einer Funktion der Art $x \mapsto ax^b$ mit passenden Konstanten a und b laufe durch die Punkte (1|1) und (3|4). Bestimmen Sie a und b .
3. Geben Sie eine komplexe Zahl z in der Form $a + bi$ mit reellen Zahlen a und b an, die $z^2 = -9i$ erfüllt, wobei i die imaginäre Einheit ist. (keine eindeutige Lösung)
4. Die Seite a eines Dreiecks hat die Länge 4. Diese Seite bildet einen Winkel von 75° mit der Seite b und einen Winkel von 45° mit der Seite c des Dreiecks. Bestimmen Sie die Länge der Seite b . Geben Sie außerdem an, ob diese Länge eindeutig festgelegt ist.
5. Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift für die Ableitung der Funktion $x \mapsto \exp(\sin(x)\sqrt{x})$ für $x > 0$.
6. Eine stetige Zufallsvariable X nehme nur Werte aus $[3, \infty)$ an. Sie habe die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x) = e^{-x+3}$ für $x \geq 3$. Bestimmen Sie den Erwartungswert von X . Hinweis: partielle Integration.

Kreative Anwendung

7. Lösen Sie die Ungleichung $|x - 3|^2 < 4$ für $x \in \mathbb{R}$.
8. Eine Urne enthalte zwei grüne, drei rote und vier blaue Kugeln. Man zieht eine Kugel, legt sie wieder in die Urne und zieht dann noch eine Kugel. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man dann eine grüne und eine blaue Kugel erwischt hat, unabhängig von der Reihenfolge.
9. Schreiben Sie eine plausible Rechenvorschrift für den abgebildeten Funktionsgraphen auf, also etwas in der Art $y = \sqrt{x^2 + 13}$.



10. Hat folgende Funktion für $x \in \mathbb{R}$ Polstellen? Wenn ja, wo? Lösungsweg!

$$x \mapsto \frac{(x+2)(x^2 - 2x - 3)}{x^2 - 6x + 9}$$

11. Gesucht ist eine Funktion f mit

$$3 = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{f(x)}{2-x}}$$

Geben Sie für f eine mögliche Rechenvorschrift an, also einen Ausdruck wie $f(x) = 98 \cos(x)$. (keine eindeutige Lösung)

12. Was ist der minimale Wert, den die Funktion $x \mapsto x^3 - 6x^2 + 9x$ auf dem Intervall $x \in [0, 4]$ annimmt? Begründen Sie, dass dieser Wert auch wirklich der minimale ist.