

Mathematik I für Elektrotechnik

Klausur vom 15. März 2010

Jörn Loviscach

Versionsstand: 14. März 2010, 18:36

Drei Punkte pro Aufgabe. Mindestpunktzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: vier einseitig oder zwei doppelseitig beschriftete Blätter Formelsammlung beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Taschenrechner oder Computer; kein Skript; keine andere Formelsammlung.

Name	Vorname	Matrikelnummer

Fingerübungen

- Lösen Sie nach $x \in \mathbb{R}$ auf: $\log_3(\sqrt{5^x} + 1) = 2$.
- Skizzieren Sie für $x \in [0, 2\pi]$ den Verlauf dieser drei Funktionen in einem gemeinsamen Koordinatensystem:
 - $x \mapsto \cos(2x)$,
 - $x \mapsto \sin(2x + \pi)$,
 - $x \mapsto \sin(2(x + \pi))$.

Geben Sie an, welche der Kurven welche der Funktionen darstellen soll. Zeichnen Sie die Einheiten der Achsen ein.

- Geben Sie eine Stammfunktion für die rationale Funktion $x \mapsto \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$ an.
- Die Seite c eines Dreiecks hat die Länge 5. Diese Seite bildet einen Winkel von 45° mit der Seite a . Die Seite b hat die Länge 4. Bestimmen Sie den Winkel gegenüber der Seite c . Ist der eindeutig festgelegt?
- Bestimmen Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für die Ableitung der Funktion

$$x \mapsto \frac{\sin(3x)}{x^2 + 1} \quad \text{für } x \in \mathbb{R}.$$

- Besitzt die Funktion $x \mapsto x^3 - 6x^2 + 12x + 7$ für $x \in \mathbb{R}$ ein lokales Maximum? Begründung!

Bitte wenden!

Kreative Anwendung

7. Der Ausdruck $(a + b + c + d)^5$ werde komplett ausmultipliziert:

$$(a + b + c + d)^5 = a^5 + 5a^4b + 5a^4c + \dots + C \cdot a^2bcd + \dots + d^5.$$

Geben Sie die Zahl C an. Anders gefragt: Wie oft kommt a^2bcd vor?

8. Lösen Sie die Ungleichung $x^2 \geq \sin(x) - 1$ für $x \in \mathbb{R}$. Hinweis: Welche Werte können auf der rechten Seite überhaupt nur vorkommen?
9. Ein Polynom p mit Grad 3 hat eine doppelte Nullstelle bei $x = 2$ und eine einfache Nullstelle bei $x = 3$. Für $x = 0$ hat es den Wert $p(0) = 5$. Geben Sie eine Rechenvorschrift (also eine „Formel“) für das Polynom an.
10. Eine Bakterienkolonie enthält zu den angegebenen Zeitpunkten die angegebenen Zahlen an Bakterien:

Zeit	Anzahl
0 h	1000
10 h	2000
30 h	6000

Kann man hier von einem exponentiellen Wachstum (also von einer Exponentialfunktion) sprechen oder nicht? Begründung!

11. Bestimmen Sie

$$\int_3^5 \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

per Substitution $u = \ln(x)$.

12. Eine stetige Zufallsvariable X nehme nur Werte aus dem Intervall $[3;5]$ an. Sie habe die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x) = cx$ für $x \in [3;5]$. Dabei ist c eine unbekannte Konstante. Geben Sie eine Zahl m an, so dass die Zufallsvariable in der Hälfte der Versuche einen Wert kleiner als m hat und in der anderen Hälfte der Versuche einen Wert größer als m hat.