Seminar 4

Mathematik II für Regenerative Energien

Jörn Loviscach

Versionsstand: 28. April 2009, 19:02

1. Im $\mathbb{R}^3$ seien drei Vektoren $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ gegeben, die alle die Länge 1 haben und von denen jeder senkrecht zu den beiden anderen ist (eine „Orthonormalbasis“). Wie kann man einen weiteren Vektor $\mathbf{x}$ geschickt in diese drei Vektoren zerlegen? Tipp: Machen Sie den Ansatz

$$\mathbf{x} = k_1\mathbf{a}_1 + k_2\mathbf{a}_2 + k_3\mathbf{a}_3$$

   mit noch unbekannten Zahlen k_1, k_2, k_3. Berechnen Sie dann das Skalarprodukt von $\mathbf{x}$ mit $\mathbf{a}_1$. Was passiert hier geometrisch?

2. Die stetige komplexwertige Funktion f sei auf $[0,1]$ definiert. Angenommen, f lässt sich in die drei Funktionen $x \mapsto e^{2\pi i 13x}$, $x \mapsto e^{2\pi i 42x}$ und $x \mapsto e^{-2\pi i 98x}$ zerlegen. Was wären dann deren Anteile?

3. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mit drei Unbekannten auf, dessen Lösungsmenge die Ebene durch die Punkte (1|2|3), (3|2|1) und (2|0|1) ist. Überlegen Sie sich zunächst, wie viele Gleichungen das System dafür umfassen sollte.

4. Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mit drei Unbekannten auf, dessen Lösungsmenge die Gerade durch die Punkte (1|2|3) und (3|2|1) ist. Überlegen Sie sich zunächst, wie viele Gleichungen das System dafür umfassen sollte.

5. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks im $\mathbb{R}^2$ mit den Eckpunkten (1|2), (5|3) und (4|4) erstens mit Sinus und Freunden, zweitens mit der Determinante und drittens (nach Ergänzen der Komponente $z = 0$) mit dem Vektorprodukt.

6. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} 42x & + & z & = & 3 \\ 30y & - & z & = & 2 \\ x & - & 98z & = & 5 \end{array}\right.$$

   einmal mit der Cramerschen Regel und einmal näherungsweise mit zehn Schritten des Jacobi-Verfahrens (zum Beispiel in einem selbst geschriebenen C-Programm oder in Octave).