Probeklausur 1
Mathematik II für Regenerative Energien
Vorläufiger Entwurf

Jörn Loviscach

Versionsstand: 15. Mai 2009, 18:31

Dies sind Beispielaufgaben aus den bisher behandelten Gebieten. Weitere Gebiete kommen noch im Laufe des Semesters hinzu; die Gesamtzahl an Aufgaben soll aber gleich bleiben. Die Aufgaben sind bewusst innermathematisch, um Missverständnisse zu vermeiden. Der Anwendungsbezug (mathematische Modellierung) ist Teil von Seminar und Praktikum, wo die Gelegenheit zum Diskutieren und Ausprobieren besteht.

Die „echte" Klausur besteht aus Aufgaben gleichen Niveaus, aber nicht gleichen Inhalts. Wo hier das Skalarprodukt gefragt ist, geht es in der echten Klausur vielleicht um das Vektorprodukt usw.

Für jede Aufgabe vergebe ich 0 bis 3 Punkte (0 Punkte: nicht einmal ansatzweise gelöst, 1 Punkt: Ansatz erkennbar, aber nicht mehr, 2 Punkte: kleinere Fehler in Ansatz oder Ausführung, 3 Punkte: allenfalls minimale Mängel). Mindestpunkzahl zum Bestehen: 15 Punkte. Hilfsmittel: vier einseitig oder zwei doppelseitig beschriftete Blätter Formelsammlung beliebigen Inhalts, möglichst selbst verfasst oder zusammengestellt; kein Taschenrechner; kein Skript.

Name	Vorname	Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in rge0809-Liste

Fingerübungen

1. Rechnen Sie die komplexe Zahl $\frac{4-j}{3-j}$ aus.
2. Rechnen Sie aus: $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 5 \\ 8 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 5 \end{vmatrix}$.
3. Gegeben ist das Dreieck mit den Eckpunkten $A(1|2)$, $B(3|2)$, $C(5|3)$. Bestimmen Sie die Größe des Winkels β, also des Innenwinkels am Punkt B.

4. Bestimmen Sie die Lösungsmenge dieses linearen Gleichungssystems:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

5. Bestimmen Sie alle Eigenwerte (ggf. komplex) der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.

6. Geben Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung $y'' + y = x^4$ an.

Kreative Anwendung

7. Geben Sie alle komplexen Zahlen z an, die $z^6 = z^3$ erfüllen.

8. Liegen die vier Punkte (1|2|3), (3|2|1), (5|3|5), (7|5|3) auf einer gemeinsamen Ebene des $\mathbb{R}^3$? Rechnerische Begründung!

9. Kann die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \boxed{?} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

eine Spiegelung an einer Geraden beschreiben, wenn man die fehlende Zahl passend ergänzt? Begründung!

10. Die Abbildung

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ist eine Drehung um einen unbekannten Mittelpunkt. Bestimmen Sie diesen Mittelpunkt.

11. Geben Sie eine 2×2-Matrix an, welche die Eigenwerte 3 und 4 hat, aber keine Diagonalmatrix ist.

12. Lösen Sie die Differentialgleichung $y' \overset{!}{=} \frac{1}{y^2+1}$ zur Anfangsbedingung $y(2) \overset{!}{=} 5$. Sie finden hier x in Abhängigkeit von y. [Das Lösungsverfahren ist erst Gegenstand der kommenden Vorlesung.]