Hausaufgaben - Blatt 6

1) In HA 2 auf Blatt 2 sollte eine Kurve von $\binom{1}{2}$ über $\binom{4}{3}$ nach $\binom{3}{1}$ angegeben werden. Löse diese Aufgabe jetzt durch eine Bézierkurve aus zwei Segmenten. (Hinweis: Bei der Vorgabe der Tangentenvektoren hat man natürlich völlige Freiheit. Die Wahl sollte aber vorab anschaulich begründet werden.)

2) Berechne die Bézierpunkte für ein Béziersegment, das von $\binom{1}{2}$ nach $\binom{4}{-1}$ verläuft und dessen zweite Ableitung in beiden Endpunkten der Nullvektor ist. Wie sieht das Segment aus?

3) Die Menge aller Polynome vom Grad ≤ 3 und mit Koeffizienten aus $\mathbb{R}$ bildet einen reellen Vektorraum (Vektoraddition ist die normale Addition von Polynomen, Multiplikation mit Skalaren ist sowieso klar). Die Menge $\{1, x, x^2, x^3\}$ist eine Basis dieses Vektorraumes, der also die Dimension 4 hat. Die übliche, nach x-Potenzen sortierte Schreibweise eines Polynoms ist nichts anderes als eine Linearkombination dieser Basisvektoren. Die Bézierdarstellung beruht u. a. auf der Tatsache, dass auch die vier Polynome

$$\{(1-x)^3,\ (1-x)^2x,\ (1-x)x^2,\ x^3\}$$

eine Basis bilden. Wie müsste ein formaler Beweis dieser Tatsache aussehen?