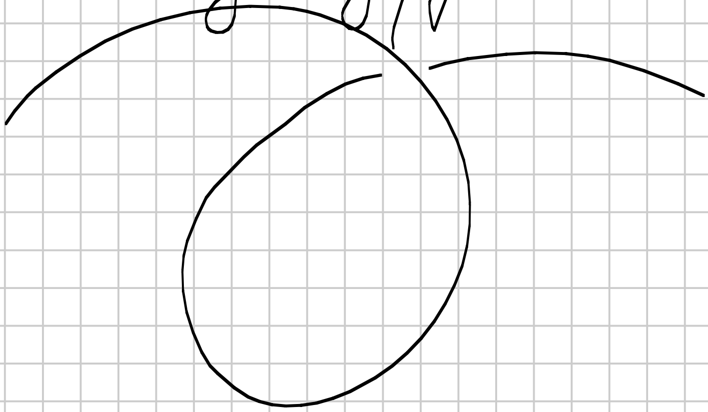
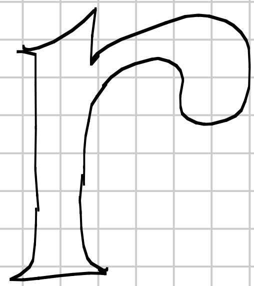
Kurven I - 1

Bewegungspfad



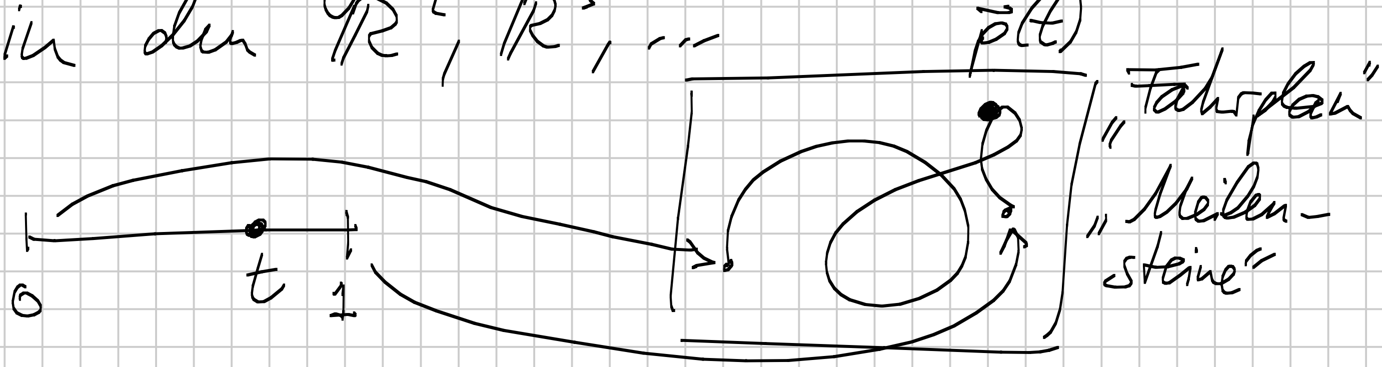
Umriss



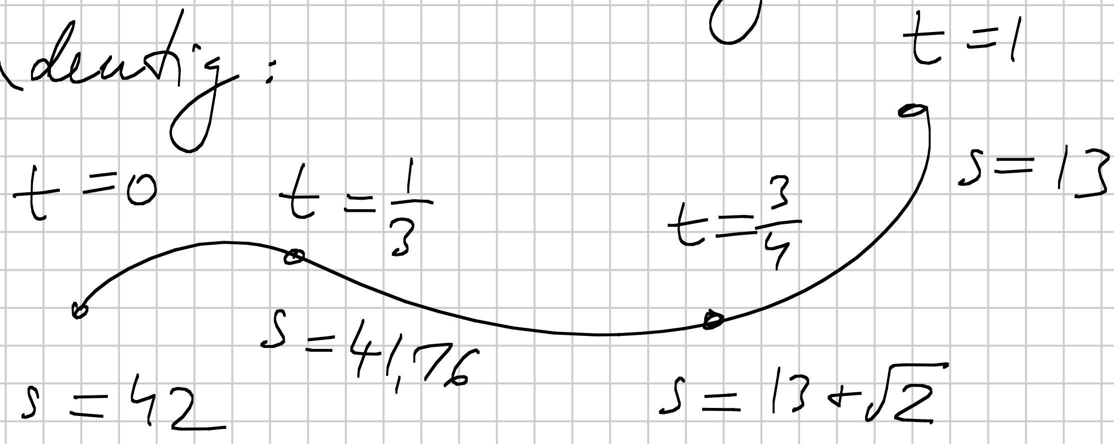
Wie kann man so etwas mathematisch darstellen?

Ein normaler Funktionsgraph tut's nicht!

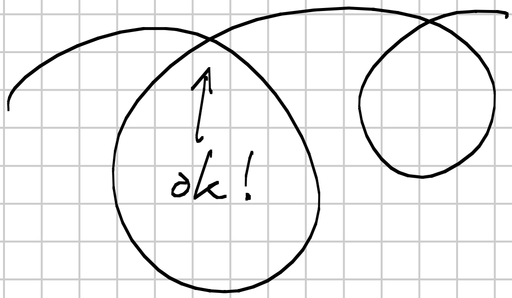
„Parametrisierte Kurve": stetige Abbildung von einem Zahlenintervall in den $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \ldots$

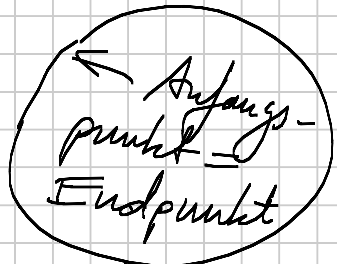


Wie bei einer Geraden $\binom{1}{2}+\lambda\binom{3}{4}$ ist die Parametrisierung nicht eindeutig:

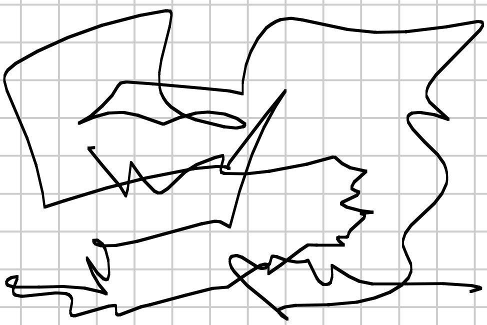


Kurven dieser Art:



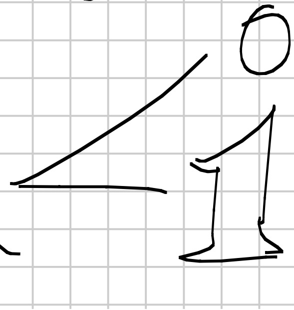


geschlossene Kurve



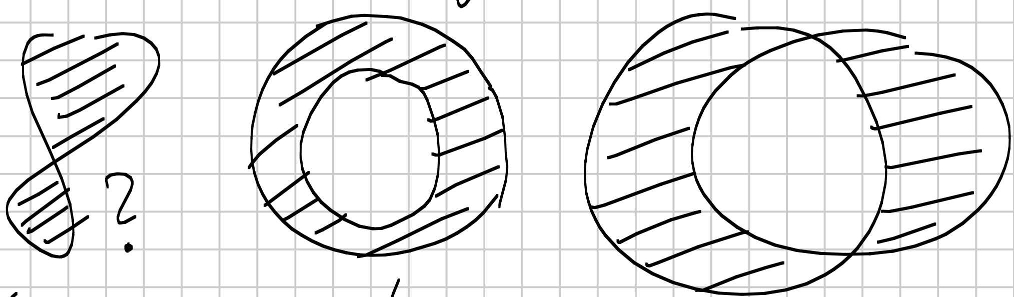
nicht glatt, aber eine Kurve

zwei Kurven



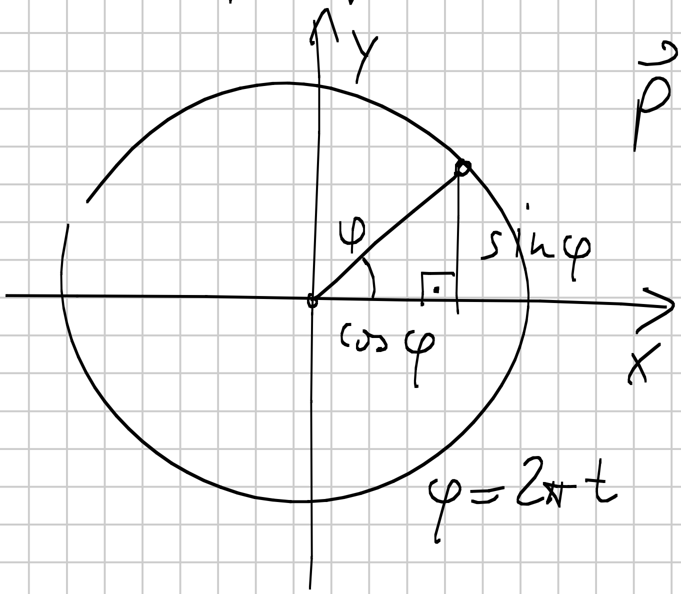
Mit List und Tücke kann man sogar flächenfüllende Kurven konstruieren (Wikipedia: Peano-Kurve, Hilbert-Kurve). Die sind zur Bilddaten-Kompression und zur Datenvisualisierung hilfreich.

Vektorgrafiken und Fonts speichert man als Umrisskurven. Dazu braucht man Regeln zum Flächenfüllen:



Siehe: Winding Number,
Odd-even Rule

Einheitskreis als Kurve



$\varphi = 2\pi t$

$\vec{p} : [0,1] \to \mathbb{R}^2$

$\vec{p}(t) = \begin{pmatrix} \cos 2\pi t \\ \sin 2\pi t \end{pmatrix}$

10 Umdrehungen:

$\vec{p}(t) = \begin{pmatrix} \cos 20\pi t \\ \sin 20\pi t \end{pmatrix}$

Kreis mit Radius R: $\vec{p}(t) = R \begin{pmatrix} \cos 2\pi t \\ \sin 2\pi t \end{pmatrix}$

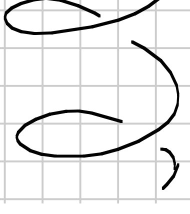
Spirale: Lasse R mit t wachsen,

z.B. $R(t) = 42 \cdot t$

oder $R(t) = e^{0{,}42 \cdot t}$

Blume: Lasse R mit t oszillieren

Helix (Wendel): $\vec{p} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ ← $(-\infty, \infty)$



$\vec{p}(t) = \begin{pmatrix} \cos 2\pi t \\ \sin 2\pi t \\ 42 t \end{pmatrix}$