

Mathematik und Physik

Jörn Loviscach

19. März 2008

Dauer: 90 Minuten

Punktzahl: maximal 27, mindestens 13

Hilfsmittel: Formelsammlung (maximal drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), Plüschtier bis 50 cm, nichtmathematisches Wörterbuch (Chinesisch-Deutsch o. ä.), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse, falls nicht in Semester-Mailingliste

1. Gegeben ist die Kurve $\vec{p}(t) := \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 - 2t \end{pmatrix}$. Hat diese Kurve an irgendeinem Wert von $t \in \mathbf{R}$ eine Tangentengerade, die parallel zur x -Achse verläuft? Wenn ja, wo? 3 P.
2. Bestimmen Sie die Tangentengerade an die Menge $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cos(y) = 2\}$ an der Stelle $(2, 0)$. 3 P.
3. Berechnen Sie den Krümmungsmittelpunkt der Kurve $\vec{p}(t) := \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}$ an $t = 2$. 3 P.
4. Es sei die Bézier-Kurve mit den Punkten $\vec{a} = \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ gegeben. Was ist der größte y -Wert, den diese Kurve annimmt? 3 P.
5. Bestimmen Sie die Schmiegeparabel an die Funktion $f(x) = \ln(x)$ an der Stelle $x_0 = 3$. 3 P.
6. Wie kann man mit dem Newton-Verfahren ein $x \in \mathbf{R}$ bestimmen, das $\cos(x) = x$ erfüllt? Geben Sie den Iterationsschritt an. 3 P.
7. Ein Rennwagen fährt mit 100 km/h und beschleunigt dann innerhalb von zehn Sekunden auf 200 km/h. Die Beschleunigung sei innerhalb dieser zehn Sekunden konstant. Drücken Sie diese Beschleunigung als Vielfaches der Erdbeschleunigung aus. 3 P.
8. Eine Glühlampe soll als möglichst gebündelter Lichtpunkt auf eine Wand abgebildet werden, die 5 m entfernt ist. Dazu soll zwischen Glühlampe und Wand eine große Linse mit einer Brennweite von 1 m montiert werden. Welchen Abstand kann die Linse von der Glühlampe haben? 3 P.
9. Eine Profi-Soundkarte löst das Audiosignal mit 24 Bit statt der üblichen 16 Bit auf. Wie groß ist der Pegelunterschied (gemessen in Dezibel) zwischen der leisestmöglichen Rechteckwelle (schwingt zwischen den Werten 0 und 1) zu der Rechteckwelle mit maximaler Aussteuerung (schwingt zwischen den Werten -2^{23} und $2^{23} - 1$)? 3 P.