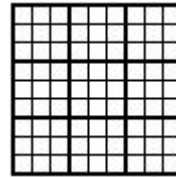


# 1. Hausaufgabenblatt (Mathe I)

- zum Vorrechnen / Besprechen am 11.10.07 -

Zur Erinnerung: Beim **Sudoku** ist ein 9x9-Spielfeld so mit den Ziffern 1 bis 9 zu füllen, dass

- (a) in jeder Zeile
- (b) in jeder Spalte
- (c) in jedem der angedeuteten 3x3-Kästchen



jede Ziffer genau einmal vorkommt.

Dabei sind i. a. genügend Einträge vorgegeben, um eine eindeutige Lösung zu garantieren. Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf verschiedene "mathematische Modellierungen" dieser Aufgabenstellung.

- (1) Mit  $x[i, j]$  werde die Ziffer bezeichnet, die in das Kästchen mit der *Zeilennummer*  $i$  und der *Spaltennummer*  $j$  gehört. Zum Beispiel bedeutet  $x[1,1] = 5$ , dass in der linken oberen Ecke eine 5 steht. Eine 7 in der rechten unteren Ecke würde dagegen durch  $x[9,9] = 7$  beschrieben. Formuliere die obige Sudoku-Bedingung (a) durch Ungleichungen für  $x[i, j]$ !
- (2) Da Ungleichungen algorithmisch oft schwer handhabbar sind, benutzt man lieber Hilfsgrößen, die wie folgt definiert werden:

$$y[i, j, w] = 1 \quad \text{falls } x[i, j] = w$$

$$y[i, j, w] = 0 \quad \text{sonst.}$$

Das heißt also, dass  $y[i, j, w]$  genau dann 1 ist, wenn im Kreuzungspunkt von  $i$ -ter Zeile und  $j$ -ter Spalte die Ziffer  $w$  steht, ansonsten ist  $y[i, j, w]$  immer Null. Formuliere Bedingung (a) als Gleichungen für die  $y[i, j, w]$ !

- (3) "Graphentheoretische Modellierung"

Ein *Graph* ist ein Diagramm aus einer gewissen (i. a. endlichen) Anzahl von Punkten, den sogenannten *Ecken* (engl. *vertices*) des Graphen. Je zwei verschiedene Ecken können durch eine *Kante* (engl. *edge*) verbunden sein oder nicht. (Mehrfachkanten zwischen denselben beiden Punkten sind verboten.) Der Sudoku-Graph besteht aus 81 Ecken, die den 81 Feldern des Sudoku-Diagramms entsprechen. Zwei Ecken sind genau dann durch eine Kante verbunden, wenn die entsprechenden Felder in derselben Zeile, derselben Spalte oder demselben 3x3-Kästchen liegen. (Von Versuchen, diesen Graphen zu skizzieren, wird eher abgeraten.)

- (a) In jeder Ecke des Graphen treffen gleichviele Kanten zusammen. Wieviele?
- (b) Wieviele Kanten hat der Graph insgesamt?
- (c) Bei dieser Betrachtungsweise lassen sich die drei obengenannten Sudoku-Bedingungen in einer einzigen einfachen Forderung zusammenfassen. Wie lautet sie?

