

# Klausur Mathematik 1

Jörn Loviscach

9. März 2007

**Dauer:** 90 Minuten

**Punktzahl:** maximal 21, mindestens 9

**Hilfsmittel:** Formelsammlung (selbstverfasst, drei Seiten, mit bloßem Auge lesbar, einseitig beschrieben, mit abzugeben), Plüschtier bis 50 cm, nichtmathematisches Wörterbuch (Chinesisch-Deutsch o. ä.), *kein* Taschenrechner, *keine* andere Formelsammlung, *kein* Skript

Nachname	Vorname
Matrikelnummer	E-Mail-Adresse nur falls <b>nicht</b> in dm-mi-Liste

1. Sei  $x$  eine reelle Zahl. Betrachten Sie folgende Bedingungen: 3 P.

$$A: x > 2 \quad B: x^2 > 4 \quad C: x^3 > 8$$

Ist A notwendig für B? Ist A hinreichend für B? Ist A notwendig für C? Ist A hinreichend für C?

Begründung!

2. Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf des Graphen der Funktion  $f(x) := x^3 - 3x^2 + 4$  in der Umgebung ihrer Nullstelle  $x = 2$ . 3 P.

3. Bestimmen Sie die komplexe Zahl  $z$ , die  $\frac{1+2i}{1+z} = 2 + 5i$  erfüllt. 3 P.

4. Lösen Sie nach  $x \in \mathbb{R}$  auf:  $\sqrt[5]{\ln(x^3 + 1)} = 2$ . 3 P.

5. Sie werfen fünf ideale Münzen auf einmal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass insgesamt zwei auf „Kopf“ und drei auf „Zahl“ fallen? 3 P.

ohne Zurücklegen

6. In einer Urne liegen zwei rote und drei grüne Kugeln. Aus dieser Urne ziehen Sie zufällig zwei Kugeln. Sind die beiden Ereignisse „Die *erste* gezogene Kugel ist rot.“ und „Die *zweite* gezogene Kugel ist rot.“ stochastisch unabhängig voneinander? Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch. 3 P.

7. Gegeben sei die Menge  $\mathbb{B}$  aller Byte-Werte. Diese Menge hat also 256 Elemente von binär 00000000 bis 11111111. Auf dieser Menge sei eine Plus-Verknüpfung  $\oplus$  als bitweises XOR definiert. Zum Beispiel ist  $00111101 \oplus 01100111 = 01011010$ . Die Menge  $\mathbb{B}$  bildet mit der Verknüpfung  $\oplus$  eine Gruppe. Wie sieht die dazugehörige Minus-Verknüpfung  $\ominus$  aus? Das heißt: Wenn zwei Bytes  $a$  und  $b$  gegeben sind, wie kann man dann  $a \ominus b$  bestimmen? Begründen Sie Ihre Antwort. 3 P.