

Hausaufgaben, Blatt 6: Komplexe Zahlen

(1) (a) Ermittle $(3 + 2i) + (1 - i)$ zeichnerisch und rechnerisch.

(b) Berechne $(-4 + 2i) \cdot (2 - i)$,

$$\frac{-4 + 2i}{2 - i},$$

$$(-2 + i) \cdot (2 + i)$$

und skizziere jeweils die Operanden und das Ergebnis in der komplexen Ebene.

(2) Skizziere folgende Mengen in der komplexen Ebene:

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| = 4\}$$

$$\{z \in \mathbb{C} : |z| = z\}$$

$$\{z \in \mathbb{C} : z^4 = 1\}$$

$$\{z \in \mathbb{C} : \arg(z) = 45^\circ\}$$

$$\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}(z) = 2\}$$

$$\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = 2\}$$

(3) Beweise die Multiplikationsformel für den Betrag $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

(a) durch Nachrechnen in der Darstellung $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$,

(b) unter Ausnutzung der Formel $|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$.

Hinweis: Für Teil (b) muss man zunächst eine geeignete Hilfsformel zur Konjugiertenbildung bei Produkten herleiten!